

学校代码：10225

学 号：Z22692

全日制专业学位论文

粘弹性管道气液两相瞬变流数值计算研究

郝瑛琪

指导教师姓名：孙强 讲师 东北林业大学
张海龙 教授级高工 中国市政工程东北设计研究总院有限公司哈尔滨分公司
申请学位类别：硕 士 专 业 领 域：建筑与土木工程
论文提交日期：2022 年 5 月 论文答辩日期：2022 年 5 月 23 日
授予学位单位：东北林业大学 授予学位日期：

答辩委员会主席：

论 文 评 阅 人：

东北林业大学

University Code: 10225

Register Code : Z22692

Full-time Dissertation for the Degree of Master

NUMERICAL ANALYSIS OF TRANSIENT
FLOW WITH COLUMN SEPARATION IN
VISCOELASTIC PIPELINE

Candidate: Hao Yingqi

Supervisor: Sun Qiang
Zhang Hailong

Associate Supervisor:

Academic Degree Applied for: Master of Engineering

Speciality: Architecture and civil engineering

Date of Oral Examination:

University: Northeast Forestry University

摘要

输水管道系统中由阀门突然关闭或水泵突然启停引起的瞬变流及其诱发气液两相流动会造成管道系统内出现急剧的压升和压降，反复振荡的压力波动会造成管道破裂，严重威胁着输水管道系统的安全运行。随着具有粘弹性力学特性的高分子聚合物管道越来越多地应用于城市供水系统和各种长距离输水工程中，传统的基于经典弹性管道瞬变流理论建立的数学模型已不能满足工程上对粘弹性管道气液两相瞬变流模拟准确性的要求。为了提高计算精度，模型中需要考虑粘弹性管道的本构特性，并且在模拟过程中需要正确选择模型中的参数。因此，本文建立了粘弹性管道气液两相瞬变流模型，并对所建立模型的摩阻模型及参数选择进行了研究，为准确计算粘弹性管道气液两相瞬变流提供了理论依据。

本文首先基于粘弹性管道本构方程和气液两相瞬变流基本假设，结合准二维模型，建立了准二维粘弹性管道气液两相瞬变流模型，其中粘弹性管道本构特性采用 Kelvin-Voigt 模型描述，气液两相瞬变流模型采用离散蒸汽腔模型。其次，采用了一维拟稳态摩阻模型和非稳态摩阻模型的粘弹性管道气液两相瞬变流模型，对比分析了不同摩阻模型的弹性管道气液两相瞬变流模型的模拟结果，阐明了摩阻对弹性管道气液两相瞬变流压力波动的影响规律。结果表明，摩阻模型对弹性管道瞬变流计算准确性的影响随着流体气液两相空化严重程度的增加而增加。当气液两相空化较严重时，引入准二维摩阻模型显著提高了数值结果的准确性，离散蒸汽腔模型与实验数据压力峰值的相对误差由 19%~23% 降至 2%~9.8%。除了消除虚拟波峰之外，还提高了空腔形成和溃灭时间的预测准确性。

然后，分析了管壁摩阻和管壁粘弹性对粘弹性管道气液两相瞬变流压力波动的影响规律，对比分析了仅考虑管壁影响、仅考虑管壁粘弹性影响和考虑两者共同作用对粘弹性管道气液两相瞬变流压力波动计算结果的影响。结果表明，仅考虑管壁粘弹性的结果比仅考虑管壁摩阻的计算结果更准确，与空腔溃灭后第一个压力波峰的相对误差分别为 11.5% 和 22.2%；一维摩阻模型的计算结果比准二维摩阻模型的计算结果更准确，与实验结果的最大相对误差仅为 10.4%。

最后，分别对弹性管道和粘弹性管道气液两相瞬变流模型进行参数敏感性分析。结果表明，对于准二维弹性管道气液两相瞬变流模型，径向网格数对压力峰值计算的影响较小，轴向网格数的选择不受所采用的准二维摩阻模型的影响，只与模型本身的假设有关；对于粘弹性管道气液两相瞬变流模型，采用一维摩阻模型的气液两相模型对网格数和权重系数的选择均不敏感，选择不同参数得到的计算结果均能与实验数据整体上吻合较好。采用准二维模型的气液两相瞬变流模型对参数的选择十分敏感，特别是网格数，既影响压力波峰值的计算，还会影响空腔持续时间的预测，网格数增加使得相对误差由 8.3% 降至 1.9%。

综上所述，本文建立的数学模型能够涵盖粘弹性管道气液两相瞬态流动的基本特征。根据不同的初始条件选择摩阻模型和模型参数，可以得到准确的模拟结果，为工程中的管道系统设计和水锤防护提供了理论依据。

关键词 粘弹性管道；瞬变流；气液两相；准二维摩阻；参数分析

Abstract

In the pipeline system, the transient flow caused by the sudden closing of the valve or the sudden start and stop of the pump and its induced transient flow with column separation will cause a sharp pressure rise and pressure drop in the pipeline system. Repeatedly oscillating pressure fluctuations can cause pipeline rupture, which seriously threatens the safe operation of the water pipeline system. With the increasing application of polymer pipelines with viscoelastic mechanical properties in urban water supply systems and various long-distance water delivery projects, the traditional numerical models based on the classical elastic pipeline transient flow theory can no longer satisfy engineering requirements for the accuracy of simulation in viscoelastic pipelines. In order to improve the calculation accuracy, the constitutive properties of the viscoelastic pipeline need to be considered in the model, and the parameters in the model need to be selected correctly during the simulation process. Therefore, in this paper, a model of transient flow with column separation in viscoelastic pipeline is established, and the friction model and parameter selection of the established model are studied, which provides a theoretical basis for accurate calculation of gas-liquid two-phase transient flow in viscoelastic pipeline.

Based on the constitutive equation of viscoelastic pipeline and the basic assumption of transient flow with column separation, this paper firstly combines quasi-two-dimensional friction models to establish quasi-two-dimensional viscoelastic pipeline cavitation models. The constitutive characteristics of the viscoelastic pipeline are described by the Kelvin-Voigt model, the cavitation model uses the discrete vapor cavity model. Secondly, a one-dimensional quasi-steady-state friction model and a non-steady-state friction model are used for cavitation model of the viscoelastic pipeline, the simulation results of cavitation models in elastic pipelines with different friction models are compared and analyzed, and the effect of friction model on the pressure fluctuation of transient flow with column separation in elastic pipelines is clarified. The results show that the influence of the friction model on the accuracy of transient flow calculations in elastic pipelines increases with the severity of cavitation. When the cavitation is serious, the quasi-two-dimensional friction model is introduced to improve the accuracy of numerical results, and the relative error between the model and experimental data is reduced from 19%~23% to 2%~9.8%. Besides eliminating the unrealistic pressure peaks, the prediction accuracy of cavity formation and collapse time is improved.

Then, the influence law of pipe wall friction and pipe wall viscoelasticity on the pressure fluctuation of gas-liquid two-phase transient flow in viscoelastic pipelines is analyzed, and the comparison and analysis of only considering the effect of the pipe wall, only considering the

viscoelastic effect of the pipe wall, and considering both Influence of joint action on the calculation results of pressure fluctuation of transient flow with column separation in a viscoelastic pipeline. The results show that the calculated results are more accurate when only the wall viscoelasticity is taken into account than when only the wall friction is taken into account. The relative errors with the first pressure wave after cavity collapse are 11.5% and 22.2% respectively. The result of one-dimensional model is more accurate than that of quasi-two-dimensional model, and the maximum relative error is only 10.4% .

Finally, parameter sensitivity analysis is carried out for the cavitation models of elastic pipeline and viscoelastic pipeline respectively. The results show that for the quasi-two-dimensional elastic pipeline cavitation model, the radial grid number has little effect on the calculation of the pressure peak, and the selection of the axial grid number is not affected by the quasi-two-dimensional friction model used. The influence of the one-dimensional friction model is only related to the assumptions of the model itself; for the cavitation model of the viscoelastic pipeline, the cavitation model using the one-dimensional friction model is not sensitive to the selection of grid number and weighting coefficients. The calculation results obtained with different parameters are in good agreement with the experimental data as a whole. The cavitation model combined with the quasi-two-dimensional model is very sensitive to the selection of parameters, especially the number of grids, which affects both the calculation of the pressure wave peak and the prediction of the cavity duration. The relative error decreases from 8.3% to 1.9% as the grid number increases.

In summary, the mathematical model established in this paper can cover the basic characteristics of transient flow with column separation in viscoelastic pipes. The accurate simulation results can be obtained by selecting the friction model and model parameters according to different initial conditions, which provides a theoretical basis for pipeline system design and water hammer protection in engineering.

Keywords viscoelastic pipe; transient flow; transient flow with column separation; quasi-two-dimensional friction model; parametric analysis

物理名词及符号表

英文符号	物理变量名	单位
A	管道的横截面积	m^2
a	压力波速	m/s
B	特征常数	--
C	常数	--
D	管道直径	m
E_0	弹性模量	Pa^{-1}
e	管道壁厚	m
f	达西-魏斯巴赫摩阻系数	--
g	重力加速度	m/s^2
H	压力水头	m
H_b	大气压头	m
H_v	相对蒸汽压力水头	m
J_0	瞬时柔量	Pa^{-1}
J_k	广义 Kelvin–Voigt 模型中第 k 个元件中弹簧的蠕变柔量	Pa^{-1}
L	管长	m
M_g	自由气体的质量	kg
N_r	径向的划分管段数	--
N_x	轴向的划分管段数	--
P	无量纲参数	--
p	压力	Pa
p_g^*	气体的绝对压力	Pa
p_{g0}^*	给定条件下的气体绝对压力	Pa
p_v	相对蒸汽压力	Pa
Q_i	节点 i 处空腔下游流量	m^3/s
Q_{ui}	节点 i 处空腔上游流量	m^3/s
R	特征常数	--
Re	雷诺数	--
r	与管轴的径向距离	m
r_{cj}	圆柱体 j 横截面中心点与管轴的径向距离	m
r_j	圆柱体 j 横截面外表面与管轴的径向距离	m

$sign$	符号函数	--
T	气体的绝对温度	K
T_k	广义 Kelvin–Voigt 模型中第 k 个元件中粘壶的延迟时间	s
t	时间	s
Δt	时间间隔	s
u	轴向速度分量	m/s
V	断面平均流速	m/s
V_0	稳态时的断面平均流速	m/s
v	径向速度分量	m/s
V_m	气液混合物的体积	m ³
V_i^*	节点 i 处的空腔体积	m ³
z	管道标高	m
z_i	节点 i 处的管道标高	m
希腊符号	物理变量名	单位
α	管壁的约束系数	--
γ	液体的容重	N/m ³
ε	准二维模型中粘性项的权重系数	--
θ	准二维模型中径向通量项权重系数	--
τ	壁面切应力	Pa
τ_d	阀门开度	--
ψ	权重系数	--

目录

摘要	I
Abstract	III
物理名词及符号表	V
目录	VII
1 绪论	1
1.1 课题的来源	1
1.2 课题背景及研究意义	1
1.3 国内外研究现状	2
1.3.1 粘弹性管道瞬变流研究现状	2
1.3.2 气液两相瞬变流研究现状	3
1.3.3 摩阻模型研究现状	4
1.3.4 文献综述总结	4
1.4 主要研究内容	5
2 粘弹性管道气液两相瞬变流模型建立	7
2.1 粘弹性管道瞬变流模型	7
2.1.1 基本方程	8
2.1.2 数值求解	10
2.2 粘弹性管道气液两相瞬变流模型	15
2.2.1 拟稳态 DVCM 模型	15
2.2.2 拟稳态 DGCM 模型	17
2.2.3 准二维摩阻 DVCM 和 DGCM (弹性管道)	19
2.2.4 粘弹性拟稳态 DVCM 模型	23
2.2.5 粘弹性非稳态 DVCM 模型	25
2.2.6 准二维粘弹性 DVCM	27
2.3 边界节点求解	30
2.3.1 水库	31
2.3.2 阀门	31
2.4 本章小结	31
3 气液两相瞬变流摩阻模型影响分析	33
3.1 摩阻模型对弹性管道气液两相瞬变流的影响	33
3.1.1 不同摩阻模型的对比	33
3.1.2 准二维模型中权重系数的影响	35
3.2 摩阻模型对粘弹性管道气液两相瞬变流的影响	37

3.2.1 弹性准二维 DVCM 与粘弹性 DVCM 对比	38
3.2.2 不同一维摩阻模型对比	38
3.2.3 一维摩阻模型与准二维模型的结果对比	39
3.3 本章小结	40
4 气液两相瞬变流模型参数敏感性分析	41
4.1 弹性管道气液两相瞬变流模型的参数分析	41
4.1.1 网格敏感性分析	41
4.1.2 权重系数敏感性分析	45
4.2 粘弹性管道气液两相瞬变流模型的对比分析	46
4.2.1 网格敏感性分析	46
4.2.2 权重系数敏感性分析	48
4.3 本章小结	49
结论	51
参考文献	53
攻读学位期间发表的学术论文	57
致谢	58

1 绪论

1.1 课题的来源

本课题来源于国家自然科学基金青年科学基金项目“粘弹性管道水力瞬变动力学行为及流固耦合机制研究”(51808102)和国家自然科学基金面上项目“粘弹性管道应变延迟响应特性与气液两相瞬变流耦合动力学机制研究”(51978202)。

1.2 课题背景及研究意义

供水是居民生活和生产活动的基本需求,城市供水管道系统和城市间远距离输水系统的安全、高效地运行与人类健康和经济发展密切相关^[1]。但是,随着应用年份的增加、运行人员的不当操作或停电等突发情况的存在,输水系统中可能发生水力瞬变现象,造成管道系统受到损坏、泄漏和水质恶化等问题。水力瞬变过程中往往涉及管道中流体流速或流量的骤变,能够在管道内引起剧烈的压力变化,使得管道受到如锤击一般的激励,因此这种现象被称为水锤^[2]。

管道系统中水锤现象的形成和存在除了会产生危险的高压,还会导致管道内压力迅速下降。当局部压力降低到给定温度下液体的蒸汽压时,就会导致液相和气相之间的转变,产生空腔,造成管道出现液柱分离现象,压力波动在管道中反复振荡。当管道中的空腔溃灭时,分离的液柱再次弥合、碰撞,会产生极具爆发力的高压。这是一种会对管道系统产生重大影响的现象,在许多液压装置中,它是造成气蚀、噪音、振动和效率损失的原因^[3]。在长距离输水管道系统的设计中,尤其是较低压力水头下的管道系统,任何工程师都不能忽视蒸汽空化现象。此外,由于管道泄漏导致用户的水压下降和部分堵塞,造成的额外水量和能量损失,也显著增加了公共系统中泵送和供水所需的能源成本。从这些角度来看,迫切需要开发更先进的技术和改进已有方法来有效地防护管道系统中的水力瞬变现象,从而最大限度地减少由此产生的损失。

早期的瞬变流研究主要集中在金属管道系统,学者们致力于通过实验研究和数值模型来准确预测水力瞬变过程中的压力波峰、波谷以及压力波衰减情况,从而为工程实践提供参考,有效地防护水锤危害。而近年来,聚乙烯(Polyethylene, PE)、聚丙烯(Polypropylene, PP)、聚氯乙烯(Polyvinyl Chloride, PVC)和丙烯腈丁二烯苯乙烯(Acrylonitrile butadiene Styrene copolymers, ABS)等聚合物材料在管道系统中的应用大幅增加。高分子聚合物管道具有重量轻、安装方便、价格低廉、化学性能稳定和耐磨性高等优点,使得这类管材大有取代传统金属管道的趋势^[4,5]。在受到水锤激励时,聚合物管道的响应也与传统金属管道不同。金属管道又称弹性管道,在弹性管道中,压力上升与管道径向膨胀(或压降与管道径向收缩)之间没有延迟,环向应变可描述为与压力成正比的函数。而聚合物管道在瞬变流激励下表现出粘弹性力学行为,因此被称为粘弹性管道。管道粘弹性主要表现为材料的应变响应延迟,对系统在动态加载过程中的响应有

明显的影响^[6]。当管道承受瞬变流压力波动时,粘弹性的影响表现为管壁径向膨胀和收缩引起管道瞬变流压力波动出现一定时间的延迟。

因此,经典的弹性管道瞬变流模型不再适用,包含管道粘弹性行为的模型可以更准确地预测瞬态压力,有效地为设计人员提供参考。本文基于经典瞬变流理论和粘弹性管道本构模型,对粘弹性管道中的气液两相瞬变流问题展开进一步的研究。

1.3 国内外研究现状

1.3.1 粘弹性管道瞬变流研究现状

学术界对管道系统中的瞬变流现象的研究已有一个多世纪之久。早在十九世纪中叶, Joukowsky 首次观察到了这种现象并对其物理方面进行了解释,提出了计算由阀门突然关闭所引起的瞬变流压升值的方程,即 Joukowsky 压升公式^[7]。

基于弹性水柱理论,与他同时代的 Allievi 提出了瞬变流的基本方程,并表示动量方程中的对流项可以忽略不计。Streeter 和 Wylie 对其提出的瞬变流基本方程进行了改进,他们的共同努力得出了适用于一维管道瞬态流动的经典连续性方程和动量方程^[7]。这些学者的研究为管道系统中的瞬变流发展奠定了基础。所有的管道瞬变流分析都是从连续性方程和动量方程出发,基于不同假设,发展出多种分析方法^[8]。其中,特征线法(Method of Characteristics, MOC)是将连续性方程和动量方程转化为全微分方程,然后将其表示为有限差分的形式,通过计算机求解。因其易于编成程序、能够处理复杂系统、具有稳健性和准确性高等优点,至今仍被广泛使用。

对于粘弹性材料,在应力加载下表现出瞬时响应和延迟响应,其中瞬时响应又称弹性响应,由胡克定律给出;延迟响应则是使用叠加原理计算的,在数学上由卷积积分表示。对于发生瞬变流现象的粘弹性管道,该积分需要针对瞬态响应的整个持续时间进行计算。Suo 和 Wylie^[9]考虑了管壁粘弹性对瞬变流压力波传播的影响,改进了波速的经典公式。Covas 等^[10,11]基于实验测得的高密度聚乙烯(High Density Polyethylene, HDPE)管道中的瞬态数据,提出了一个模型来处理水力瞬变过程中管壁粘弹性的动态响应。该模型在连续性方程中包含了一个附加项,用于描述蠕变函数的延迟径向应变。Ferrante 和 Capponi^[12]针对 HDPE 和取向聚氯乙烯这两种具有不同流变行为的管道,对比分析了不同粘弹性模型在模拟实验工况方面的准确性。Wahba^[13]提出了利用二维摩阻模型来研究粘弹性管道中流体的层流瞬变流动行为。他指出管道粘弹性引起的衰减明显高于管壁摩阻引起的衰减,因此确定了控制管壁粘弹性对瞬态压力影响的无量纲参数,确定的参数表明,管道粘弹性的影响在直径较大、波速较大的较长管道的情况下更为明显。Essaidi 和 Triki^[14]对高密度聚乙烯管道和低密度聚乙烯管道中的瞬态压力波动进行研究,结果表明此类塑料管材可以抑制压力波的振幅以及使得压力波振荡周期变长,这种抑制和膨胀效应因管材类型不同而不同。另一方面, Pan 等^[15]开发了一种基于频域分析的瞬态方法,用于高效准确地识别塑料管道的本构参数。此外,他们还提出了一种基于频率响应函数的瞬态波分析方法,用于充水塑料管道中的泄漏检测研究^[16]。

国内学者对于粘弹性管道中的瞬变流研究可以追溯到上世纪九十年代，王维新等^[17]推导了粘弹性管路中的压力波波速的计算公式，并通过粘弹性管道动态特性实验验证了该公式的准确性。近年来，张挺等^[18]的研究表明，与弹性管道相比，粘弹性管道的材料特性对管道内压力波动有显著的抑制作用。朱炎等^[19]基于从有机玻璃管道试验台收集到的含气瞬变流实验数据，从能量分析的角度分别评估了管道粘弹性和管壁摩阻对压力波动的衰减作用。结果表明，管道流体中气体的存在使得粘弹性效应的影响被减弱。

1.3.2 气液两相瞬变流研究现状

与纯液相瞬变流相对应，气液两相瞬变流是有压管道瞬变流领域另一个重要分支。当管道中发生瞬态流动时，管道内某些特定位置的压力，如封闭端、最高点或者拐点处，降低到液体的蒸汽压时，连续的液柱会被空腔分隔开，即液柱分离。该空腔随着管道系统内的流量和压力变化而增长或缩小，当空腔溃灭，分离的液柱或液柱与封闭端的碰撞，可能会导致瞬时且幅度较大的压升^[8]。

自十九世纪末发现这一现象，到二十世纪末已有大量的实验测量数据，并建立了经典的数值模型，其中最常用的包括离散蒸汽腔模型（Discrete Vapor Cavity Model, DVCM）和离散气体腔模型（Discrete Gas Cavity Model, DGCM）^[3]。Simpson 和 Bergant 等^[20~22]搭建了经典的倾斜直管实验台，基于该实验台获得的多工况下的瞬态压力数据，对常用的液柱分离模型进行了验证和参数分析。现今，许多学者基于他们的研究，对经典模型进行了改进：Adamkowski 等^[23]指出经典模型在描述水力瞬变过程中液柱分离现象时不满足能量和质量守恒定律，因此提出了一个新的 DVCM。该模型假定多个计算横截面中气腔体积集中在单个横截面上。Soares 等^[24]将非稳态摩阻引入 DGCM 来模拟管道中的瞬态流动，并通过实验测量结果验证了该模型的准确性。Santoro 等^[25]提出了多种改进的 DVCM 模型，即分别结合了一维准稳态摩阻模型和准二维(quasi-two-dimensional, quasi-2D)摩阻模型，并分析了这些模型对计算网格的敏感性。

在实验研究方面，Himr^[26]对伴有液柱分离的瞬变流进行了实验研究，并通过高速相机拍摄的图像确定了空腔体积，为数值模型计算空腔体积的准确性提出了依据。Marcos 等^[27]通过可视化装置分别研究了管道中不同液体（分别是水、乙醇和乙醛）在液柱分离发生时的动态特性。

近年来，国内学者对于气液两相瞬变流的研究也取得了许多成果。周领等^[28]采用二维计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)方法模拟有压管道中的液柱分离现象，并与一维 DVCM 模型的计算结果进行比较。二维 CFD 模型在重现空腔产生和溃灭的位置和形状方面要优于 DVCM 模型。孙强等^[29]将 DVCM 模型与准二维模型相结合，提出了准二维 DVCM 模型，并对对比分析了加权系数取值对数值结果的影响。高慧等^[30]将分布式气穴模型与准二维模型相结合，研究了网格敏感性和湍流模型的选择对模拟结果的影响，给出了轴向网格数和径向网格数的最佳比值。同时，研究表明使用二区湍流模型的计算结果与使用五区湍流模型的计算结果相似。郑源等^[31]总结了气液两相瞬变流

的数值模型、分析方法以及实验研究等方面的进展。基于 DVCM 和 DGCM 模型, 朱炎等^[32]建立了适用于粘弹性管道气液两相瞬变流数值计算的模型。

1.3.3 摩阻模型研究现状

对于上述纯液相瞬变流模拟和气液两相瞬变流模型来说, 模拟结果与实验数据的差异主要表现在压力波振幅和相位等方面。这些差异的存在除了与管道本身的力学特性有关, 还与壁面摩阻的建模有关。经典的瞬变流控制方程和气液两相瞬变流模型是基于稳态或准稳态摩阻建立的, 例如管道瞬变流模型中使用的是 Darcy-Weisbach 公式。对于非稳态流动问题来说, 使用稳态摩阻不能准确地计算壁面切应力引起的能量耗散。为了解决这个问题, 在求解过程中引入了非稳态摩阻来改善数值结果。一般来说, 管道瞬变流计算中管壁摩阻由两项组成, 分别是拟稳态摩阻项和非稳态摩阻项, 其中非稳态摩阻项对于稳态流动为零, 对于瞬态流动则十分重要, 它代表着速度剖面中管道瞬变流所引起的变化。基于不同的假设, 非稳态摩阻模型大体上可分为两大类, 即与瞬时加速度有关的摩阻模型和与历史加速度有关的摩阻模型^[7]。

最近二维或准二维模型也已被提出并应用于模拟管道瞬态流动中的壁面切应力变化^[33]。二维模型是由连续性方程、管道轴向动量方程和管道径向动量方程组成的, 这种模型假设复杂, 数值仿真耗时久, 另外边界条件很难建模, 而准二维模型则是对二维模型的简化, 忽略了动量方程中的径向速度分量及其导数、对流项和应力项等。最广泛使用的准二维模型是由 Vardy 和 Hwang^[34]、Ohmi 等^[35]开发的。Hyunjun 等^[36]对管道系统中涉及液柱分离的瞬变流问题考虑压头降低和空化之间的关系, 通过特征法和有限差分法的混合方案求解准二维模型的控制方程。Duan 等^[37]基于准二维模型研究了非稳态摩阻和管道粘弹性对水力瞬变压力波的影响。结果表明, 粘弹性效应对低频的影响更严重, 而非稳态摩阻对高频的影响更严重。Martin 等^[38]研究了准二维模型的计算效率问题, 并对全三维计算流体力学 (CFD) 模型进行了研究。

国内学者对于摩阻模型的研究也从多方面开展。才建等^[39]总结了国内外学者评估流体摩阻损失的方法, 同时也指出不同管道系统实验数据的准确采集对于摩阻模型的验证至关重要。Jang 等^[40]提出了一种提高准二维模型计算效率的方法。周领等^[41]开发了基于有限体积的 Godunov 方法, 分别结合不同非稳态摩阻模型来模拟管道瞬变流压力波动过程。结果表明, 改进的 Brunone 模型比基于加权函数的摩阻模型更有效。王福军等^[42]对有压管道充水过程中出现液柱分离瞬变流的研究方法进行了综述, 并总结了国内外学者对瞬变流模型中摩阻项的处理方法。李赞杰等^[43]采用瞬时加速类和历史加权函数类两种非稳态摩阻模型对管道系统中的泄露问题进行研究, 并对不同摩阻模型的计算结果进行了误差分析。

1.3.4 文献综述总结

有压管道中伴有液柱分离的瞬变流问题的研究已经取得很多成果, 特别是弹性管道中的瞬变流模拟已经十分成熟, 常用的数值模型有基于一维拟稳态摩阻摩阻建立的经典

离散蒸汽腔模型（DVCM）和离散气体腔模型（DGCM）等。为了提高此类离散多腔模型的准确性，学者们提出了采用一维非稳态摩阻模型和准二维摩阻模型来准确描述管道壁面切应力对瞬变流压力波动的耗散作用。现阶段，生活和工业生产中粘弹性管道被广泛应用，为满足工程中对粘弹性管道瞬变流计算的准确性要求，管道粘弹性效应对压力波动衰减的影响已经成为新的研究重点。大量的实验研究和数值研究表明，对于纯液相瞬变流数值模型，管道的力学效应对模拟结果准确性的影响较大。而对于粘弹性管道中的气液两相瞬变流动的数值模拟问题，同时将管道粘弹性和不同的摩阻模型（特别是准二维模型）与离散多腔模型结合，是否可以得到更准确的数值结果还有待研究。另一方面，通过上述综述可知，离散多腔模型和准二维摩阻模型中的参数选择也影响着模拟结果的准确性。因此，对于考虑了管壁粘弹性的数值模型，有必要对模型中的参数进行敏感性分析，根据初始条件、边界条件和所采用的摩阻模型的不同选择适合的模型参数，从而保证计算结果的准确性。

1.4 主要研究内容

本文主要对粘弹性管道瞬变流模型构建、摩阻模型的选择以及数值模型的参数分析三个方面进行研究。其具体内容如下：

（1）构建粘弹性管道气液两相瞬变流模型

在粘弹性管道本构模型的基础上，建立粘弹性管道纯液相瞬变流模型，其中粘弹性材料的本构模型采用广义 Kelvin-Voigt 模型。基于粘弹性管道纯液相瞬变流模型和离散空腔模型，推导粘弹性管道气液两相瞬变流模型，摩阻模型分别选用一维拟稳态和非稳态摩阻模型以及准二维模型。通过特征线法对模型求解，并通过文献中的实验数据对计算结果进行准确性验证。

（2）研究摩阻模型对模拟结果的影响

在所建立的粘弹性管道气液两相瞬变流模型的基础上，依据文献中的实验数据，研究不同摩阻模型、摩阻模型的不同权重系数对粘弹性管道气液两相瞬变流数值计算结果的影响，包括压力峰值，空腔形成和溃灭时间以及压力波衰减情况等。

（3）确定参数选择对数值结果的影响规律

粘弹性管道气液两相瞬变流模型计算中涉及多个模型参数的确定，包括网格数和权重系数等，模型参数的选择影响模型计算结果的准确性。基于文献提供的实验数据，改变模型中参数值，从定量分析和定性分析两个方面，确定参数选择对粘弹性管道气液两相瞬变流压力波动的影响规律。

正文中涉及引用和构建多个数值模型，现对这些模型的简称和全称进行介绍：DVCM 模型，全称为离散蒸汽腔模型；DGCM 模型，全称为离散气体腔模型。拟稳态 DVCM 分别为 DVCM 模型结合一维拟稳态摩阻模型，拟稳态 DGCM 为 DGCM 模型结合一维拟稳态摩阻模型；准二维 DVCM 为 DVCM 模型结合准二维模型，准二维 DGCM 为 DGCM 模型结合准二维模型；粘弹性拟稳态 DVCM 模型为考虑了粘弹性效应的

DVCM 模型结合一维拟稳态摩阻模型，粘弹性非稳态 DVCM 模型为考虑了粘弹性效应的 DVCM 模型结合一维非稳态摩阻模型，准二维粘弹性 DVCM 模型为考虑了粘弹性效应的 DVCM 模型结合准二维模型。

论文整体结构如图 1-1 所示：

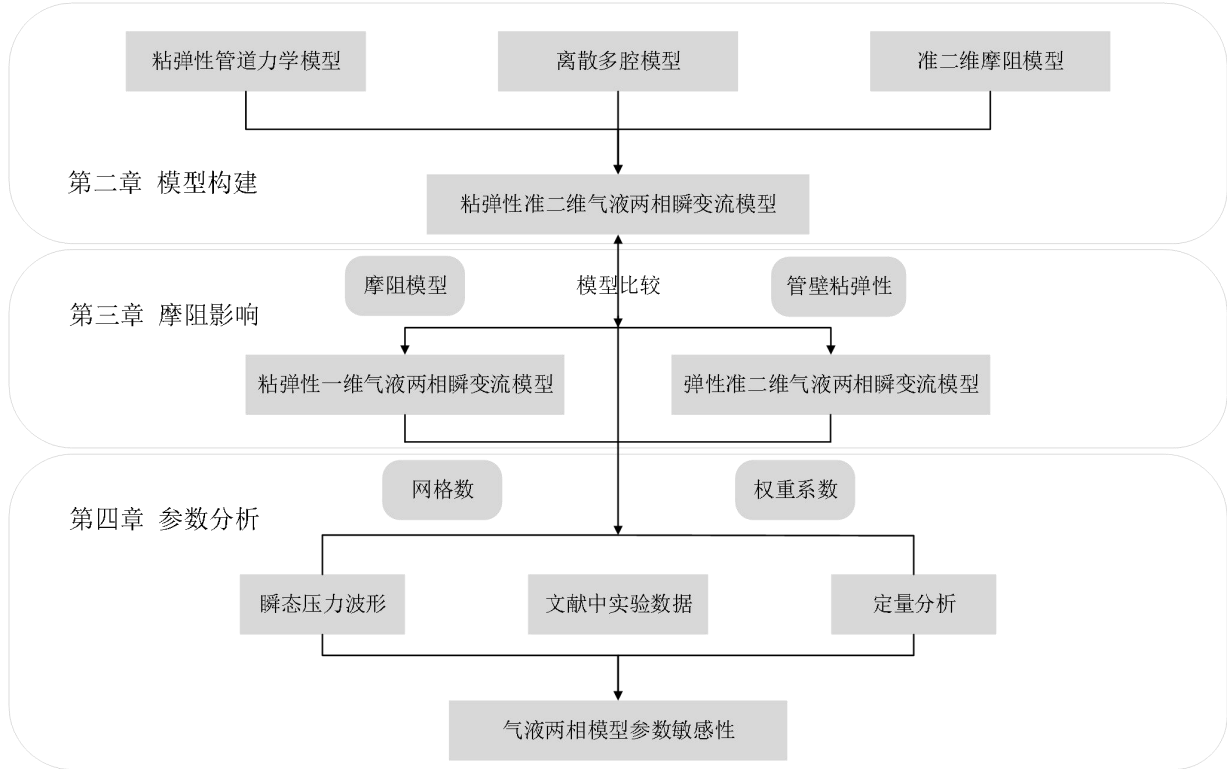


图 1-1 论文的整体结构

2 粘弹性管道气液两相瞬变流模型建立

粘弹性管道气液两相瞬变流的计算，不仅要考虑管道本构特性的影响，而且要考虑液柱分离和再弥合所涉及的空腔形成和溃灭以及其所引起的压力波动。因此，本章首先基于粘弹性瞬变流基本方程和粘弹性管道本构方程，推导了粘弹性管道纯液相瞬变流模型，并采用特征线法对模型进行求解。其次，基于粘弹性管道纯液相瞬变流模型和离散蒸汽腔模型，并分别结合一维摩阻模型准二维模型，建立了一维和准二维粘弹性管道气液两相瞬变流模型。

2.1 粘弹性管道瞬变流模型

粘弹性管道瞬变流基本控制方程由连续性方程和运动方程组成。瞬变流作为管道中的一种物理现象，涉及管内流体压力和流速的复杂变化以及流体和管壁的耦合作用。对该物理问题进行建模，需做出以下假设：

- (1) 管道中的流体充满整个管道截面；
- (2) 管道中的流体为均质流动，且流体速度等于断面平均流速；
- (3) 采用弹性水柱理论，即同时考虑水的压缩性和管壁弹性；
- (4) 在瞬变过程中，切应力与稳态时相等，摩阻系数不变；
- (5) 管壁材料受到激励时表现出线性粘弹性行为。

粘弹性管道瞬变流模型与弹性管道瞬变流模型不同的是，需要考虑管壁在受到瞬变流激励下所产生的延迟应变。因此，本节中采用广义 Kelvin-Voigt (K-V) 模型来描述粘弹性管道的应力和应变变化关系，该模型可以获得与实验蠕变曲线较好的一致性^[40]，能够较准确地模拟聚合物管道的应变变化。广义 Kelvin-Voigt 力学模型如图 2-1 所示，该模型是由一个弹簧与多个 K-V 元件串联组成，其中每个 K-V 元件是由弹簧和粘壶并联组合而成的：

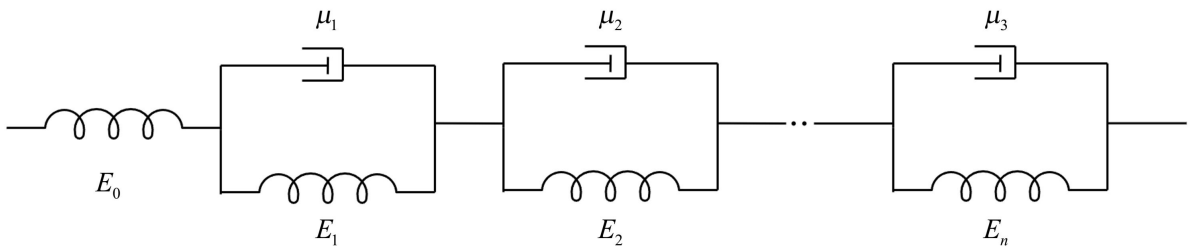


图 2-1 广义 Kelvin-Voigt 模型

广义 Kelvin-Voigt 模型的蠕变函数^[10]为

$$J(t) = J_0 + \sum_{k=1}^{N_{KV}} J_k \left(1 - e^{-\frac{t}{T_k}} \right) \quad (2-1)$$

式中 J_0 ——瞬时柔量, $J_0 = 1/E_0$, Pa^{-1} ;

J_k ——广义 K-V 模型中的第 k 个元件中弹簧的蠕变柔量, $J_k = 1/E_k$, Pa^{-1} ;

T_k ——广义 K-V 模型中的第 k 个元件中粘壶的延迟时间, s。

粘弹性管道在应力作用下产生的总应变是由瞬时应变 ε_e 和延迟应变 $\varepsilon_r(t)$ 两部分组成的, 即

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e + \varepsilon_r(t) \quad (2-2)$$

其中, 瞬时应变 ε_e 为

$$\varepsilon_e = \frac{\alpha p D}{2 E_0 e} \quad (2-3)$$

式中 α ——管壁约束系数;

p ——压力, Pa;

D ——管道内径, m;

E_0 ——弹性模量, Pa^{-1} ;

e ——壁厚, m。

2.1.1 基本方程

如下图 2-2 所示, 取管道系统中的一段流体作为控制体, 管道截面积为 A , 流体密度为 ρ , 断面平均流速为 V 。

根据质量守恒定律, 在 dt 时间内流入和流出控制体的流体质量差 Δm_1 等于流体压缩前后的质量变化 Δm_2 。流入该控制体的流体质量为

$$m_{\text{流入}} = \rho V A dt$$

相对应的, 流出该控制体的流体质量为

$$m_{\text{流出}} = \rho V A dt + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V A dt) dx$$

则质量差 Δm_1 为

$$\Delta m_1 = \frac{\partial}{\partial x}(\rho V A dt) dx \quad (2-4)$$

流体压缩前后的质量变化 Δm_2 为

$$\Delta m_2 = \frac{\partial}{\partial t}(\rho A dx) dt \quad (2-5)$$

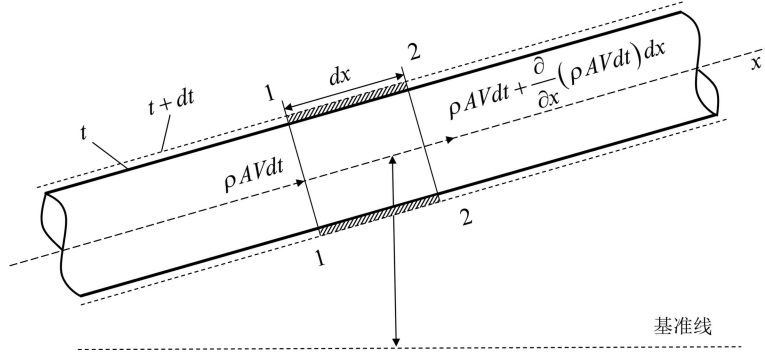


图 2-2 管道中的微小控制体

根据质量守恒定律联立式 (2-4) 和式 (2-5)，并化简可得

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho AV) = 0 \quad (2-6)$$

其全微分形式为

$$A \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{dA}{dt} + \rho A \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2-7)$$

液体的体积模量为 $K = \frac{dp}{d\rho/\rho}$ ，经整理可得

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho}{K} \frac{dp}{dt} \quad (2-8)$$

式 (2-7) 中 $\frac{dA}{dt}$ 为截面积变化率，可以用下式表示

$$\frac{dA}{dt} = 2A \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2-9)$$

其中，总应变变化率 $\frac{d\varepsilon}{dt}$ 可以表示为

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_e}{dt} + \frac{d\varepsilon_r}{dt} \quad (2-10)$$

由式 (2-3) 可得

$$\frac{d\varepsilon_e}{dt} = \frac{\alpha D}{2E_0 e} \left(\frac{p}{D} \frac{dD}{dt} + \frac{dp}{dt} \right) \quad (2-11)$$

另一方面，根据定义 $\frac{d\varepsilon_e}{dt} = \frac{1}{D} \frac{dD}{dt}$ ，与上式 (2-11) 联立，得到

$$\frac{d\varepsilon_e}{dt} = \frac{1}{\left(\frac{2E_0 e}{\alpha D} - p \right)} \frac{dp}{dt} \quad (2-12)$$

其中 $\frac{2E_0e}{\alpha D} \gg p$ ，所以化简式 (2-12) 并代入式 (2-10)，得到

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\alpha D}{2E_0e} \frac{dp}{dt} + \frac{d\varepsilon_r}{dt} \quad (2-13)$$

将式 (2-13) 代入式 (2-9)，可得

$$\frac{dA}{dt} = 2A \frac{d\varepsilon_r}{dt} + \frac{\alpha DA}{E_0e} \frac{dp}{dt} \quad (2-14)$$

将化简得到的 $\frac{d\rho}{dt}$ 和 $\frac{dA}{dt}$ ，即式 (2-8) 和 (2-14)，代入式 (2-7) 可得

$$A \frac{dp}{dt} \left[\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{\alpha D}{E_0e} \right) \right] + 2A\rho \frac{d\varepsilon_r}{dt} + A\rho \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2-15)$$

水锤波速 $a = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{K} + \frac{\alpha D}{E_0e} \right)}}$ [9]，因此上式化简为

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \left(\frac{\partial V}{\partial x} + 2 \frac{d\varepsilon_r}{dt} \right) = 0 \quad (2-16)$$

公式 (2-16) 就是粘弹性管道纯液相瞬变流模型的连续性方程。

运动方程的推导则是基于牛顿第二定律，通过受力分析得到的。管道材质的变化不影响其受力情况，因此粘弹性管道纯液相瞬变流模型的运动方程与弹性管道瞬变流模型的运动方程相同，均表示为

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\rho f V |V|}{2D} = 0 \quad (2-17)$$

采用 Darcy-Weisbach 公式计算沿程水头损失，因此壁面切应力为 $\tau = \frac{\rho f V |V|}{8}$ ，上式

最后一项可以化简为 $\frac{2}{R} \tau$ ，所以整理式 (2-17) 得到

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{2}{R} \tau = 0 \quad (2-18)$$

2.1.2 数值求解

引入系数 L_1 和 L_2 ，将偏微分方程组，即式 (2-16) 和式 (2-18) 表示为如下形式

$$L_1 = \frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \left(\frac{\partial V}{\partial x} + 2 \frac{d\varepsilon_r}{dt} \right) = 0 \quad (2-19)$$

$$L_2 = \rho \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{2}{R} \tau = 0 \quad (2-20)$$

引入实数 λ 将 L_1 和 L_2 线性组合，如下所示

$$L_1 + \lambda L_2 = \left(\lambda \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \right) + \left(\lambda \rho \frac{\partial V}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{2\lambda}{R} \tau + 2\rho a^2 \frac{d\varepsilon_r}{dt} = 0 \quad (2-21)$$

用全微分形式替换上式中的偏微分项，得到下式

$$\left(\lambda - \frac{dx}{dt} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{dp}{dt} + \left(-\lambda \rho \frac{dx}{dt} + \rho a^2 \right) \frac{\partial V}{\partial x} + \lambda \rho \frac{dV}{dt} + \frac{2\lambda}{R} \tau + 2\rho a^2 \frac{d\varepsilon_r}{dt} = 0 \quad (2-22)$$

当 $\lambda = \frac{dx}{dt}$ 或 $\frac{a^2}{\lambda} = \frac{dx}{dt}$ 时，可以消去公式 (2-22) 中得偏微分项，此时式 (2-22) 变为

$$\frac{dp}{dt} + \lambda \rho \frac{dV}{dt} + \frac{2\lambda}{R} \tau + 2\rho a^2 \frac{d\varepsilon_r}{dt} = 0 \quad (2-23)$$

将 $\lambda = \pm a$ 代入，可以得到特征线方程，表示如下：

$$C^+ \begin{cases} \frac{dp}{dt} + \rho a \frac{dV}{dt} + \frac{2a}{R} \tau + 2\rho a^2 \frac{d\varepsilon_r}{dt} = 0 \\ \frac{dx}{dt} = +a \end{cases} \quad (2-24)$$

$$C^- \begin{cases} \frac{dp}{dt} - \rho a \frac{dV}{dt} - \frac{2a}{R} \tau + 2\rho a^2 \frac{d\varepsilon_r}{dt} = 0 \\ \frac{dx}{dt} = -a \end{cases} \quad (2-25)$$

特征线方程在矩形网格上的计算过程示意图表示为图 2-3。

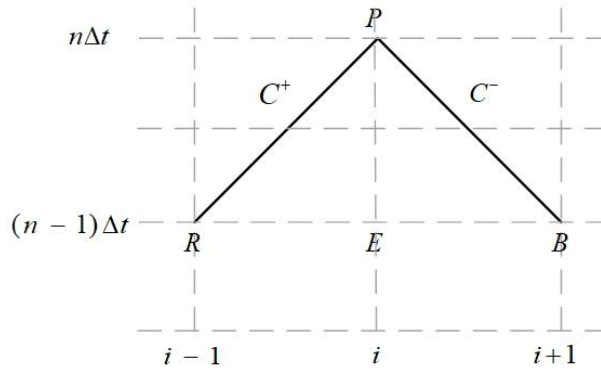


图 2-3 特征线在矩形网格上的表示

根据图 2-3 所示，沿着 C^+ 对式 (2-24) 进行积分，

$$\int_{p_A}^{p_P} dp + \rho a \int_{V_A}^{V_P} dV + \frac{\rho a f}{4R} \int_{t_A}^{t_P} V|V|dt + 2\rho a^2 (\varepsilon_P - \varepsilon_A) = 0$$

整理得到

$$\frac{1}{\rho a} (p_P - p_A) + (V_P - V_A) + \frac{f \Delta x}{4Ra} V_A |V_A| + 2\Delta x \frac{\partial \varepsilon_{rP}}{\partial t} = 0 \quad (2-26)$$

同理，沿着 C^- 对式 (2-25) 积分得到

$$\frac{1}{\rho a}(p_P - p_B) - (V_P - V_B) - \frac{f\Delta x}{4Ra}V_B|V_B| + 2\Delta x \frac{\partial \varepsilon_{rP}}{\partial t} = 0 \quad (2-27)$$

其中，式 (2-26) 和式 (2-27) 中的最后一项为延迟应变率，可以表示为

$$\frac{\partial \varepsilon_{rP}}{\partial t} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial \varepsilon_{rkP}}{\partial t} \quad (2-28)$$

$$\text{式中 } \varepsilon_{rkP} = \frac{\alpha D}{2e} \int_0^t [p(x, t-t') - p_0(x)] \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t'}{T_k}} dt'.$$

$$\text{令 } F(x, t) = \frac{\alpha D}{2e} [p(x, t) - p_0(x)], \text{ 则 } \varepsilon_{rkP} = \int_0^t F(x, t-t') \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t'}{T_k}} dt', \text{ 所以}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{rkP}}{\partial t} = \frac{d}{dt} \int_0^t F(x, t-t') \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t'}{T_k}} dt' \quad (2-29)$$

对式 (2-29) 求解，过程如下：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_{rkP}}{\partial t} &= \frac{d}{dt} \int_0^t F(x, t-t') \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t'}{T_k}} dt' \\ &= \frac{d}{dt} \left[\frac{J_k}{T_k} \int_0^t F(x, t-t') e^{-\frac{t'}{T_k}} dt' \right] \\ \text{令 } y = t-t', &= \frac{d}{dt} \left(-\frac{J_k}{T_k} \int_t^0 F(x, y) e^{\frac{y-t}{T_k}} dy \right) \\ &= \frac{d}{dt} \left[\frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t}{T_k}} \int_0^t F(x, y) e^{\frac{y}{T_k}} dy \right] \\ &= -\frac{J_k}{T_k^2} e^{-\frac{t}{T_k}} \int_0^t F(x, y) e^{\frac{y}{T_k}} dy + \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t}{T_k}} F(x, t) e^{\frac{t}{T_k}} \\ &= -\frac{J_k}{T_k} \int_t^0 F(x, t-t') \frac{e^{-\frac{t'}{T_k}}}{T_k} (-dt') + \frac{J_k}{T_k} F(x, t) \\ &= -\frac{1}{T_k} \int_0^t F(x, t-t') \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t'}{T_k}} dt' + \frac{J_k}{T_k} F(x, t) \end{aligned}$$

整理上式，可得

$$\frac{\partial \varepsilon_{rkP}}{\partial t} = -\frac{\varepsilon_{rkP}}{T_k} + \frac{J_k}{T_k} F(x, t) \quad (2-30)$$

$$\varepsilon_{rkP} = \int_0^{\Delta t} F(x, t-t') \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t'}{T_k}} dt' + \int_{\Delta t}^t F(x, t-t') \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t'}{T_k}} dt' \quad (2-31)$$

同样地，采用分部积分的方法对式（2-31）进行求解：

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rkP} &= \underbrace{\int_0^{\Delta t} F(x, t-t') \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t'}{T_k}} dt'}_A + \underbrace{\int_{\Delta t}^t F(x, t-t') \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t'}{T_k}} dt'}_B \\ A &= \int_0^{\Delta t} F(x, t-t') \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t'}{T_k}} dt' \\ \text{令 } t'' = t-t', &= -\int_t^{t-\Delta t} F(x, t'') \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t''-t}{T_k}} dt'' \\ &= -F(x, t'') J_k e^{-\frac{t''-t}{T_k}} \Big|_t^{t-\Delta t} + \int_t^{t-\Delta t} \frac{\partial F(x, t'')}{\partial t''} J_k e^{-\frac{t''-t}{T_k}} dt'' \\ &= J_k \left[F(x, t) - F(x, t-\Delta t) e^{-\frac{\Delta t}{T_k}} \right] + J_k T_k \frac{\partial F(x, t'')}{\partial t''} e^{-\frac{t''-t}{T_k}} \Big|_t^{t-\Delta t} - \int_t^{t-\Delta t} \frac{\partial^2 F(x, t'')}{\partial t''^2} T_k e^{-\frac{t''-t}{T_k}} dt'' \end{aligned}$$

忽略高阶项后，上式化为

$$\begin{aligned} A &= J_k \left[F(x, t) - F(x, t-\Delta t) e^{-\frac{\Delta t}{T_k}} \right] - J_k T_k \frac{F(x, t) - F(x, t-\Delta t)}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_k}} \right) \\ B &= \int_{\Delta t}^t F(x, t-t') \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{t'}{T_k}} dt' \\ \text{令 } t' = u + \Delta t, &= \int_0^{t-\Delta t} F(x, t-\Delta t-u) \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{-u-\Delta t}{T_k}} du \\ &= \varepsilon_{rk}(x, t-\Delta t) e^{-\frac{-\Delta t}{T_k}} \end{aligned}$$

所以，

$$\varepsilon_{rkP} = J_k \left[F(x, t) - F(x, t-\Delta t) e^{-\frac{\Delta t}{T_k}} \right] - J_k T_k \frac{F(x, t) - F(x, t-\Delta t)}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_k}} \right) + \varepsilon_{rk}(x, t-\Delta t) e^{-\frac{\Delta t}{T_k}} \quad (2-32)$$

将式 (2-32) 代入式 (2-30), 可得

$$\frac{\partial \varepsilon_{rkP}}{\partial t} = -\frac{J_k}{T_k} \left[F(x, t) - F(x, t - \Delta t) e^{-\frac{\Delta t}{T_k}} \right] + J_k \frac{F(x, t) - F(x, t - \Delta t)}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_k}} \right) - \frac{1}{T_k} \varepsilon_{rkE} e^{-\frac{\Delta t}{T_k}} + \frac{J_k}{T_k} F(x, t) \quad (2-33)$$

其中

$$F(x, t) = \frac{\alpha D}{2e} (p_P - p_0), F(x, t - \Delta t) = \frac{\alpha D}{2e} (p_E - p_0)$$

将其代入上式 (2-33) 中并化简, 整理得到下式

$$\frac{\partial \varepsilon_{rkP}}{\partial t} = \frac{J_k}{T_k} \frac{\alpha D}{2e} \left[(p_E - p_0) e^{-\frac{\Delta t}{T_k}} \right] + J_k \frac{\alpha D}{2e} \frac{p_P - p_E}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_k}} \right) - \frac{1}{T_k} \varepsilon_{rkE} e^{-\frac{\Delta t}{T_k}} \quad (2-34)$$

$$\text{令 } A_k = \frac{\alpha D}{2e} \frac{J_k}{\Delta t} (1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_k}}), \quad B_k = \frac{\alpha D}{2e} \frac{J_k}{T_k} e^{-\frac{\Delta t}{T_k}}, \quad C_k = \frac{e^{-\frac{\Delta t}{T_k}}}{T_k}, \text{ 那么式 (2-34) 可以化简为}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{rkP}}{\partial t} = p_E (B_k - A_k) - p_0 B_k + A_k p_P - C_k \varepsilon_{rkE} \quad (2-35)$$

$$\text{令 } F = \frac{\alpha D}{2e} \sum_{k=1}^N \frac{J_k}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_k}} \right), \quad N_E = \sum_{k=1}^N [p_0 B_k + p_E (B_k - A_k) + C_k \varepsilon_{rkE}], \text{ 则有}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{rkP}}{\partial t} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial \varepsilon_{rkP}}{\partial t} = p_P F - N_E \quad (2-36)$$

对于式 (2-26) 和式 (2-27), 即

$$\frac{1}{\rho a} (p_P - p_B) - (V_P - V_B) - \frac{f \Delta x}{4 Ra} V_B |V_B| + 2 \Delta x \frac{\partial \varepsilon_{rkP}}{\partial t} = 0$$

$$\frac{1}{\rho a} (p_P - p_B) - (V_P - V_B) - \frac{f \Delta x}{4 Ra} V_B |V_B| + 2 \Delta x \frac{\partial \varepsilon_{rkP}}{\partial t} = 0$$

式 (2-26) 和式 (2-27) 可以化简为

$$C^+: V_i = -M p_i + C_p \quad (2-37)$$

$$C^-: V_i = M p_i + C_m \quad (2-38)$$

其中

$$C_p = \frac{1}{\rho a} p_{i-1} + V_{i-1} - \frac{f \Delta x}{4 Ra} V_{i-1} |V_{i-1}| + 2 \Delta x N_i$$

$$C_m = -\frac{1}{\rho a} p_{i+1} + V_{i+1} - \frac{f \Delta x}{4 Ra} V_{i+1} |V_{i+1}| - 2 \Delta x N_i$$

$$M = \frac{1}{\rho a} + 2\Delta x F$$

最后，得到相容性方程

$$V_i = \frac{C_p + C_m}{2} \quad (2-39)$$

$$p_i = \frac{C_p - C_m}{2M} \quad (2-40)$$

$$\varepsilon_{rki}^{n+1} = T_k \left[p_i^{n+1} \left(B_k e^{\frac{\Delta t}{T_k}} - A_k \right) + p_i^n (A_k - B_k) + p_0 B_k \left(1 - e^{\frac{\Delta t}{T_k}} \right) + C_k \varepsilon_{rki}^n \right] \quad (2-41)$$

对于发生在粘弹性管道中的瞬变流现象，求解时首先依据初始参数计算稳态时各节点处的压力水头 H_i^1 和流量 Q_i^1 ($H = \frac{p}{\rho g}$, $Q = V \times Ar$, Ar 为管道过流断面面积)。停泵或者关阀时，进入瞬态工况。首先通过实验测定或者校核的方法确定管道材料的蠕变参数 J_k 和 T_k ，进而计算出粘弹性相关常量 F 、 A_k 、 B_k 、 C_k 和 M 等，通过式 (2-39)、式 (2-40) 和式 (2-41) 可以求出各节点处的流量 Q_i^{n+1} 、压力水头 H_i^{n+1} 和延迟应变 $\varepsilon_{rk,i}^{n+1}$ 。

而对于边界节点，需要根据不同的边界条件结合特征线方程进行求解。上游端由特征线方程 C^- 和补充上游边界条件求出，下游端由特征线方程 C^+ 和补充下游边界条件求出。

2.2 粘弹性管道气液两相瞬变流模型

管道系统中涉及液柱分离的瞬变流又被称为气液两相瞬变流，气液两相瞬变流的模拟不仅涉及压力波峰值和压力波衰减的预测，还包括对空腔形成和溃灭时间、空腔溃灭后液柱撞击产生的压升等的预测。本文中采用了两种最经典的固定气腔数值模型，分别是离散蒸汽腔模型 (DVCM) 和离散气体腔模型 (DGCM)。这两种模型容易通过计算机程序实现，可以模拟管道中发生液柱分离时的物理特征。在 $x-t$ 平面上划分交错网格，DVCM 和 DGCM 均假设当节点处压力降至蒸汽压时形成空腔，相邻网格点之间为纯液柱。

2.2.1 拟稳态 DVCM 模型

离散蒸汽腔模型 (DVCM) 基于以下假设提出：

在瞬态流动过程中，一旦节点处的压力降至给定温度下的饱和蒸汽压，该节点即形成空腔；空腔中的绝对压力设置为等于液体的汽化压力；空腔占据整个计算截面，将连续的液柱分隔开；相邻节点间为具有恒定压力波速的纯液柱；节点处的空腔体积根据质量守恒方程计算，即流入流出该节点的流量差值。

离散蒸汽腔模型 (DVCM) 的示意图，见图 (2-4)：

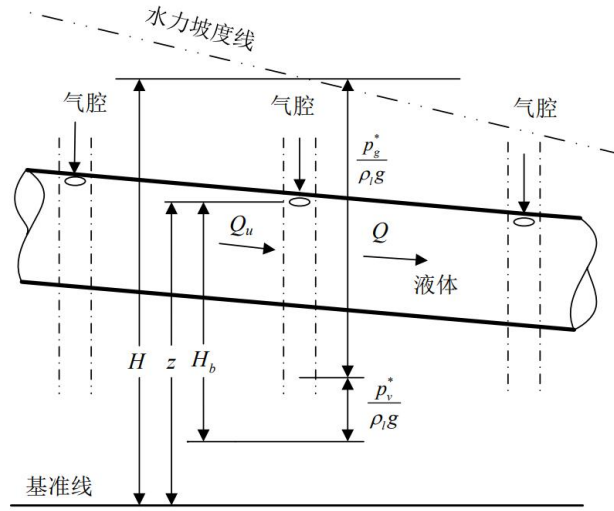


图 2-4 离散蒸汽腔模型（DVCM）的示意图

当节点处压力大于给定温度下饱和蒸汽压时，节点处的空腔体积为 0，即上游处流量 Q_{ui} 等于下游处流量 Q_i 。此时可通过纯液相管道瞬变流模型求解。

当节点处压力降至给定温度下饱和蒸汽压时，则有

$$p = p_v \text{ 或 } H = H_v \quad (2-42)$$

空腔体积通过上下游流量计算，如下所示

$$\frac{dV_i^*}{dt} = Q_i - Q_{ui} = AV_i - AV_{ui} \quad (2-43)$$

式中 V_i^* —— 空腔体积， m^3 ；

Q_{ui} —— 空腔上游流量， m^3/s ；

Q_i —— 空腔下游流量， m^3/s ；

A —— 管道横截面积， m^2 ；

V_{ui} —— 空腔上游流速， m/s ；

V_i —— 空腔下游流速， m/s 。

在具有交错网格的特征线上对式（2-43）进行数值积分，得到 $(n+2)\Delta t$ 时刻节点 i 处的空腔体积，如下所示

$$\begin{aligned} V_i^{*n+1} &= V_i^{*n} + [\psi(Q_i^{n+2} - Q_{ui}^{n+2}) + (1-\psi)(Q_i^n - Q_{ui}^n)]2\Delta t \\ &= V_i^{*n} + [\psi(V_i^{n+2} - V_{ui}^{n+2}) + (1-\psi)(V_i^n - V_{ui}^n)]2A\Delta t \end{aligned} \quad (2-44)$$

式中 ψ —— 与空腔体积计算有关的权重系数， $0.5 < \psi \leq 1$ 。

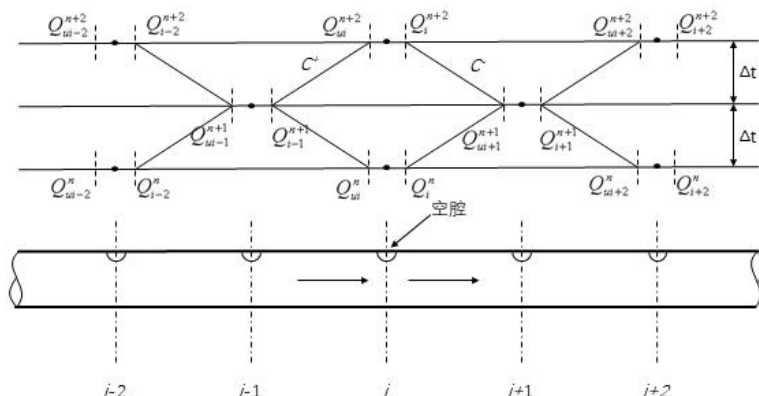


图 2-5 交错网格

等式中的 Q_i^{n+2} 和 Q_{ui}^{n+2} 由以下相容性方程求解

$$Q_{ui}^{n+2} = \frac{C_p - H_i^{n+2}}{B_p} \quad (2-45)$$

$$Q_i^{n+2} = \frac{H_i^{n+2} - C_m}{B_m} \quad (2-46)$$

其中,

$$H_i^{n+2} = z_i + H_v$$

$$C_p = H_{i-1}^n + BQ_{i-1}^n$$

$$B_p = B + R|Q_{i-1}^n|$$

$$C_m = H_{i+1}^n - BQ_{ui+1}^n$$

$$B_m = B + R|Q_{ui+1}^n|$$

式中 z_i ——节点 i 处的管道标高, m;

 H_v ——蒸汽压头, m;

B ——特征常数, $B = \frac{a}{gA}$;

$$R——\text{特征常数}, R = \frac{f\Delta x}{2gDA^2}。$$

2.2.2 拟稳态 DGCM 模型

离散气体腔模型(DGCM)与 DVCM 相似, 是基于 DVCM 模型提出的一种改进模型。因此, 除了上述 DVCM 的模型假设外, DGCM 模型的基本假设还包括: 有一定量的自由气体集中在每个计算节点处; 空腔内的压力和气腔的体积满足理想气体状态方程; 节点间为纯液柱, 且压力波速保持恒定。

离散气体腔模型的示意图如下：

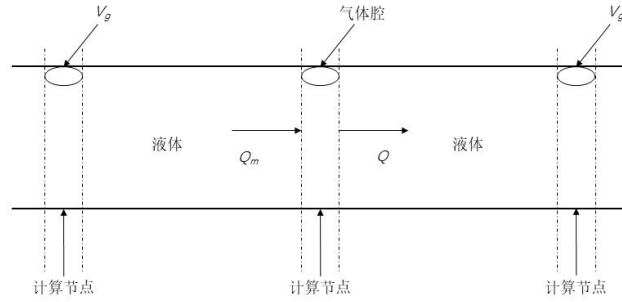


图 2-6 离散气体腔模型（DGCM）的示意图

气腔的体积变化遵循理想气体状态方程，表示如下

$$M_g R_g T = p_g^* \alpha V_m = p_{g0}^* \alpha_0 V_m \quad (2-47)$$

式中 M_g —— 自由气体的质量，kg；

R_g —— 自由气体的气体常数；

T —— 气体的绝对温度，K；

p_g^* —— 气体的绝对压力，Pa；

α —— 含气率；

p_{g0}^* —— 给定条件下的气体绝对压力，Pa；

α_0 —— 给定条件下的含气率；

V_m —— 气液混合物的体积， m^3 。

通过使用水力坡度线，气腔的绝对压力可表示为：

$$p_g^* = \rho_l g (H - z - H_v) \quad (2-48)$$

式中 z —— 管道标高，m；

ρ_l —— 液体密度， kg/m^3 ；

H —— 测压管水头，m；

H_v —— 相对蒸汽压头， $H_v = p_v^* / \rho_l g - H_b$ ， H_b 为大气压头，m。

自由气体的体积由下式计算

$$V_g = \alpha V_m = \frac{p_{g0}^* \alpha_0 V_m}{p_g^*} = \frac{C}{H - z - H_v} \quad (2-49)$$

式中 $C = p_{g0}^* \alpha_0 V_m / \rho_l g$ 。

节点处的空腔体积根据质量守恒定律计算，表示如下

$$\frac{dV_g^*}{dt} = Q - Q_u \quad (2-50)$$

一旦与腔体相邻的上游流量变为零，腔体的体积将不再增加，而当流向原始流动方向时，腔体体积将减小。当上游流量等于下游流量时，空腔最终会消失。结果，液柱恢复连续，可以使用无液柱分离的瞬变流模型求解。

在交错网格上，对式（2-50）积分得到空腔体积的计算公式

$$V_{gi}^{*n+2} = V_{gi}^{*n} + [\psi(Q_i^{n+2} - Q_{ui}^{n+2}) + (1-\psi)(Q_i^n - Q_{ui}^n)]\Delta t \quad (2-51)$$

式中 ψ 是取值范围从 0.5 到 1.0 的权重系数。

节点 i 处气体体积可以表示为

$$V_{gi}^{*n+2} = \frac{C}{H_i^{n+2} - z_i - H_v} \quad (2-52)$$

将上式和式（2-45）、式（2-46）代入式（2-51）中，再将其代入式（2-52）得到 H_i^{n+2} 的计算公式

$$(H_i^{n+2} - z_i - H_v)^2 + 2B_1(H_i^{n+2} - z_i - H_v) - C_1 = 0 \quad (2-53)$$

其中

$$B_1 = \frac{V_{gi}^n B_2}{2\psi\Delta t} - B_2 \left(\frac{C_p}{B_p} + \frac{C_m}{B_m} \right) + \frac{z_i + H_v}{2} + \frac{B_2(1-\psi)(Q_i^n - Q_{ui}^n)}{\psi}$$

$$C_1 = \frac{B_2 C}{\psi\Delta t}$$

$$B_2 = \frac{B_m B_p}{2(B_m + B_p)}$$

求解方程（2-53），当 $B_1 < 0$ 时，

$$H_i^{n+2} - z_i - H_v = -B_1(1 + \sqrt{1 + B_k}) \quad (2-54)$$

当 $B_1 > 0$ 时，

$$H_i^{n+2} - z_i - H_v = -B_1(1 - \sqrt{1 + B_k}) \quad (2-55)$$

式中 $B_k = \frac{C_1}{B_1^2}$ 。

2.2.3 准二维摩阻 DVCM 和 DGCM（弹性管道）

对于一维 DVCM 模型和一维 DGCM 模型，瞬变流的解是使用特征法计算的。一

维瞬态流动方程的特征形式在 $\frac{dx}{dt} = \pm a$ 上表示为

$$\frac{dH}{dt} \pm B \frac{dQ}{dt} \pm B \frac{\pi D \tau_w}{\rho} = 0 \quad (2-56)$$

在气腔下游侧和上游侧，在时间 $(n+1)\Delta t$ 和 $(n+2)\Delta t$ 之间的在交错网格特征线上对方程（2-56）进行积分，得到方程的离散形式如下所示

$$H_i^{n+2} + BQ_{ui}^{n+2} + \varepsilon \pi D \Delta t B \tau_{wui}^{n+2} / \rho = C_p \quad (2-57)$$

$$H_i^{n+2} - BQ_i^{n+2} - \varepsilon \pi D \Delta t B \tau_{wi}^{n+2} / \rho = C_m \quad (2-58)$$

其中壁面切应力 τ_{wui}^{n+1} 、 C_p 和 C_m 的计算如下：

$$\tau_{wui}^{n+2} = \rho \nu_T \frac{u_{ui,Nr+1}^{n+2}}{\Delta r_{cNr+1}} = \rho \nu_T \frac{u_{ui,Nr+1}^{n+2}}{(D/2 - r_{cNr+1})} \quad (2-59)$$

$$C_p = H_{i-1}^{n+1} + BQ_{i-1}^{n+1} - (1 - \varepsilon) \frac{4a\Delta t}{\rho g D} \tau_{wi-1}^{n+1} \quad (2-60)$$

$$C_m = H_{i+1}^{n+1} - BQ_{ui+1}^{n+1} + (1 - \varepsilon) \frac{4a\Delta t}{\rho g D} \tau_{wui+1}^{n+1} \quad (2-61)$$

对于准二维 DVCM 和准二维 DGCM，特征方程离散化的计算网格如图 2-7a 和图 2-7b 所示。管道被离散成 Nr 圆柱体，在径向上具有不同的厚度。管长 L 在轴向上被分成 N_x 个长度恒定的 Δx 。下游和上游轴向速度 u 和 u_u 位于每个管段的中间。湍流粘度 ν_T 位于径向上每个管段的边界。五层湍流模型用于确定湍流粘度 ν_T 。均质液体区瞬态流动的解是利用特征法（MOC）求解的。

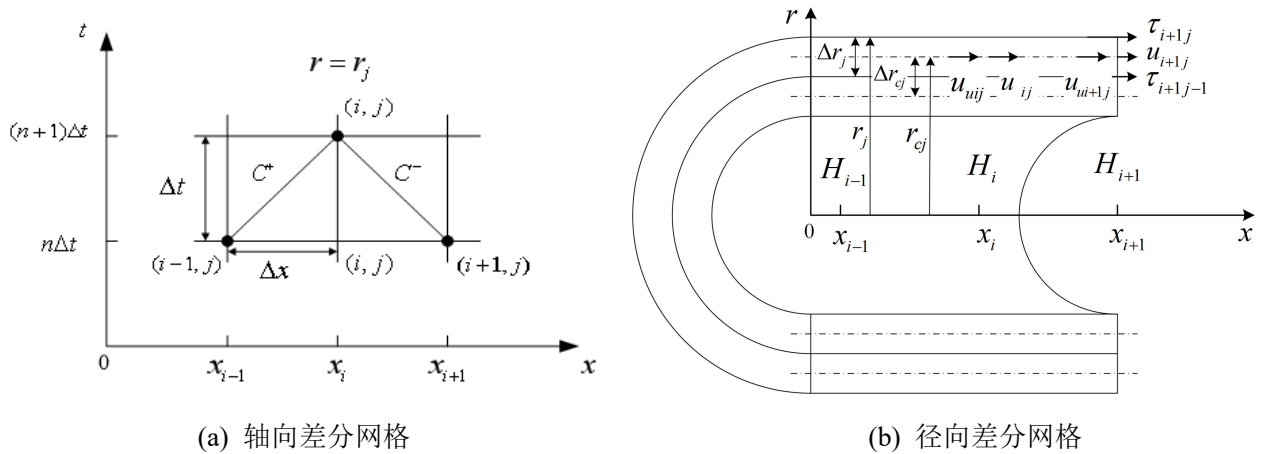


图 2-7 准二维模型的网格系统^[44]

在 $\frac{dx}{dt} = \pm a$ 上，准二维管道瞬变流控制方程的全微分形式为

$$\frac{dH}{dt} \pm \frac{a}{g} \frac{du}{dt} + \frac{a^2}{g} \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \mp \frac{a}{g} \frac{1}{\rho r} \frac{\partial(r\tau)}{\partial r} = 0 \quad (2-62)$$

对于准二维模型，当网格点存在空腔或气腔时， $(n+1)\Delta t$ 时刻的空腔体积由式(2-51)计算，其中流量 Q_u 和 Q 分别通过对腔体上下游的轴向速度分布进行积分得到。并且忽略空腔或气腔处的径向速度。因此，在腔体下游侧和上游侧的时间 $n\Delta t$ 和 $(n+1)\Delta t$ 之间的特征线上对式 (2-62) 积分，式 (2-62) 的离散形式可以表示为

$$\varepsilon C_{u1j} u_{ui,j-1}^{n+1} - (a/g + \varepsilon C_{u2j}) u_{ui,j}^{n+1} + \varepsilon C_{u3j} u_{ui,j+1}^{n+1} = K_{pi,j} \quad (2-63)$$

$$\varepsilon C_{u1j} u_{i,j-1}^{n+1} - (a/g + \varepsilon C_{u2j}) u_{i,j}^{n+1} + \varepsilon C_{u3j} u_{i,j+1}^{n+1} = K_{ni,j} \quad (2-64)$$

其中

$$K_{pi,j} = H_i^{n+1} - H_{i-1}^n - (1-\varepsilon) C_{u1j} u_{i-1,j-1}^n - [a/g - (1-\varepsilon) C_{u2j}] u_{i-1,j}^n - (1-\varepsilon) C_{u3j} u_{i-1,j+1}^n$$

$$K_{ni,j} = H_{i+1}^n - H_i^{n+1} - (1-\varepsilon) C_{u1j} u_{ui+1,j-1}^n - [a/g - (1-\varepsilon) C_{u2j}] u_{ui+1,j}^n - (1-\varepsilon) C_{u3j} u_{ui+1,j+1}^n$$

$$C_{u1j} = \frac{a\Delta t v_{Tj-1} r_{j-1}}{g r_{cj} (r_{cj} - r_{cj-1}) (r_j - r_{j-1})}$$

$$C_{u3j} = \frac{a\Delta t v_{Tj} r_j}{g r_{cj} (r_{cj+1} - r_{cj}) (r_j - r_{j-1})}$$

$$C_{u2j} = C_{u1j} + C_{u3j}$$

式中， ε 为特征方程中粘性项的加权系数 ($0.5 \leq \varepsilon \leq 1$)，下标 i 和 j 分别表示轴向和径向步长数， r_j 和 r_{cj} 是边界和中点在径向上的坐标。源项 $K_{pi,j}$ 和 $K_{ni,j}$ 是已知参数，其元素取决于前一时间层的 H 和 u 。方程(2-63) 和(2-64) 的未知参数是在时间 $(n+1)\Delta t$ 、 u^{n+1} 和 u_u^{n+1} 时腔体下游和上游侧的轴向速度，这些解是使用 Thomas 算法求得的^[45]。之后，使用式 (2-59) 计算瞬时壁面剪切应力，并使用方程(2-57)和(2-58)获得时间 $(n+1)\Delta t$ 处的流量 Q 和 Q_u 。

在交错网格上使用准二维 DVCM 时，首先计算各网格点处的稳态值，包括稳态压力水头 H_i^1 、流量 Q_w^1 和 Q_i^1 、轴向速度 $u_{ui,j}^1$ 和 $u_{i,j}^1$ 以及空腔体积 V_i^{*1} 。进入瞬态后，首先需要判断是否存在空腔：如果存在空腔，此时节点处压力等于蒸汽压，即 $H_i^{n+2} = H_v$ ，将其代入方程 (2-63) 和 (2-64) 即可求出节点上、下游的轴向速度 $u_{ui,j}^{n+2}$ 和 $u_{i,j}^{n+2}$ ，进而通过方程 (2-59) 求出相应的壁面切应力 τ_{wui}^{n+2} 和 τ_{wi}^{n+2} 。此时方程 (2-57) 和 (2-58) 中的未知量即节点上、下游的流量 Q_{wi}^{n+2} 和 Q_i^{n+2} 可以被求出。空腔的体积则由方程 (2-44) 计算。如果不存在空腔，则按照纯液相管道瞬变流求解。

准二维 DVCM 的计算流程图如下所示：

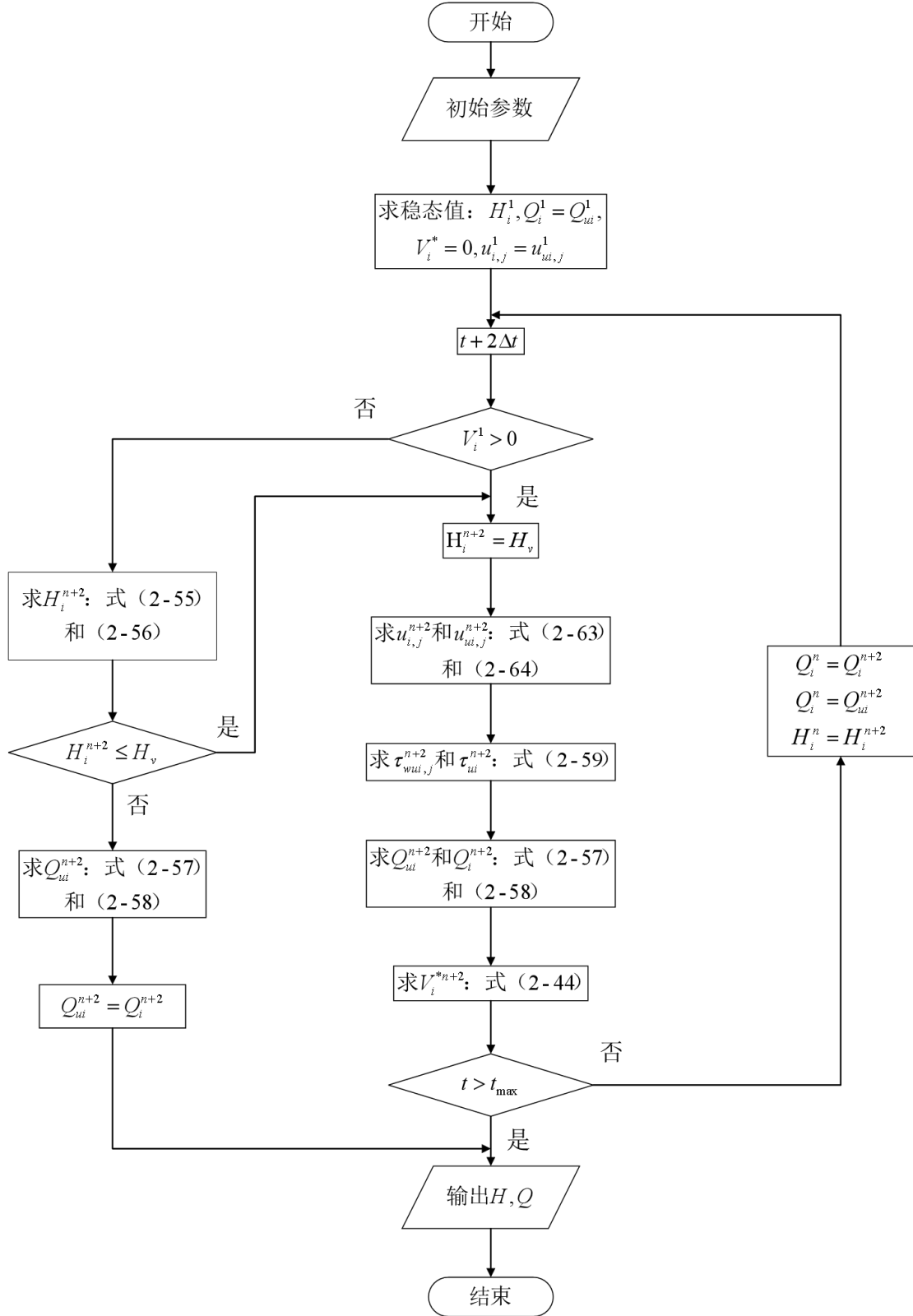


图 2-8 准二维 DVCN 计算流程图

在交错网络上使用准二维 DGCM 模型对瞬变流问题进行求解时，首先根据初始参数计算各网格点的稳态压力水头 H_i^1 、流量 Q_{ui}^1 和 Q_i^1 、轴向速度 $u_{ui,j}^1$ 和 $u_{i,j}^1$ 等。进入瞬态后，通过方程 (2-54) 或 (2-55) 计算节点处的压力水头 H_i^{n+2} ，将其代入方程 (2-63)

和 (2-64) 即可求出节点上、下游的轴向速度 $u_{ui,j}^{n+2}$ 和 $u_{i,j}^{n+2}$ ，进而通过方程 (2-59) 求出相应的壁面切应力 τ_{wui}^{n+2} 和 τ_{wi}^{n+2} 。此时方程 (2-57) 和 (2-58) 中的未知量即节点上、下游的流量 Q_{ui}^{n+2} 和 Q_i^{n+2} 可以被求出。空腔体积同样通过体积法计算，即方程 (2-44)。

准二维 DGCM 模型计算流程如下所示：

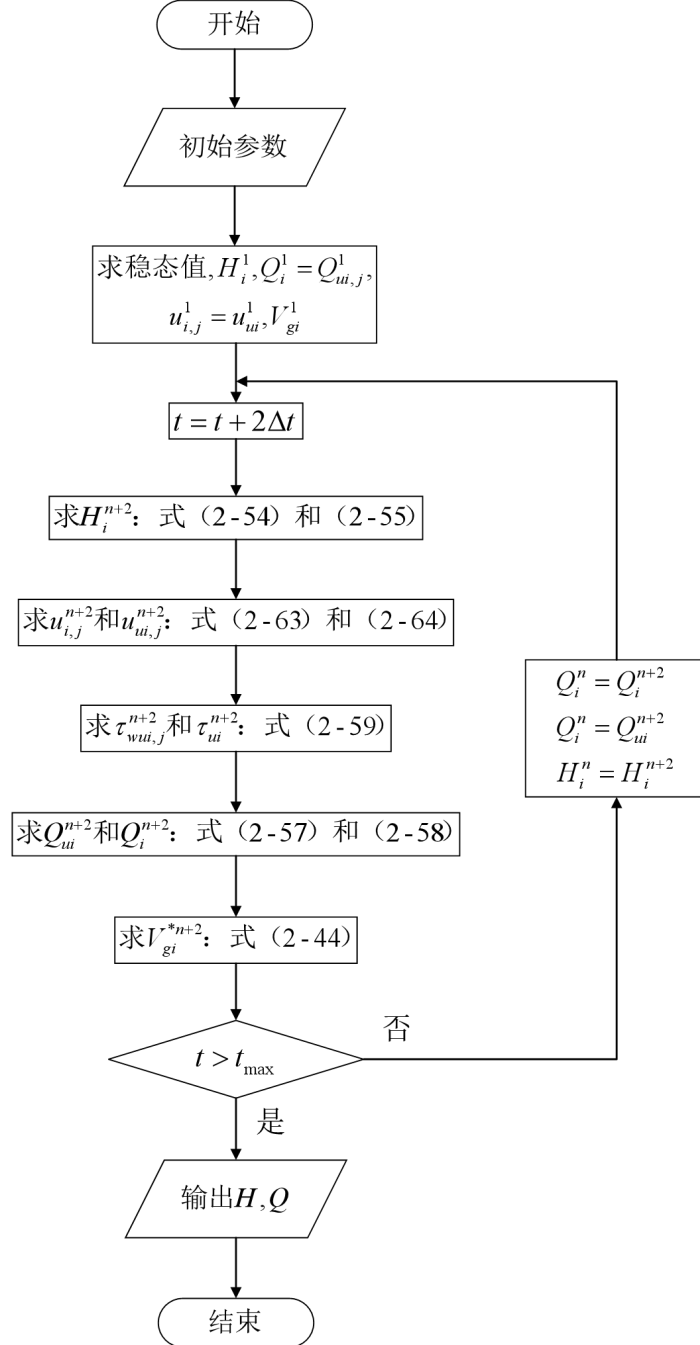


图 2-9 准二维 DGCM 计算流程图

2.2.4 粘弹性拟稳态 DVCM 模型

基于粘弹性管道本构特性方程和拟稳态 DVCM 模型，建立粘弹性管道气液两相瞬变流模型。基本假设与经典模型的假设相同。空腔体积的计算公式同式 (2-44) 和式

(2-51)，且依旧采用 Darcy-Weisbach 公式计算壁面切应力。 $(n+1)\Delta t$ 时刻，当节点处压力 $p_i < p_v$ 时，令 $p_i^{n+1} = p_v$ 。

$(n+1)\Delta t$ 时刻，空腔上游流速 V_{ui}^{n+1} 和下游流速 V_i^{n+1} 可以通过特征线方程 C^+ 和 C^- 求得：

$$C^+ : V_{ui}^{n+1} = -Mp_i^{n+1} + C_p \quad (2-62)$$

$$C^- : V_i^{n+1} = Mp_i^{n+1} + C_m \quad (2-63)$$

其中

$$C_p = \frac{1}{\rho a} p_{i-1}^n + V_{i-1}^n - \frac{f\Delta x}{4Ra} V_{i-1}^n |V_{i-1}^n| + 2\Delta x N_i^n \quad (2-64)$$

$$C_m = -\frac{1}{\rho a} p_{i+1}^n + V_{ui+1}^n - \frac{f\Delta x}{4Ra} V_{ui+1}^n |V_{ui+1}^n| - 2\Delta x N_i^n \quad (2-65)$$

当节点 i 处 $p_i^{n+1} > p_v$ 时，该节点处不产生空腔，此时节点上下游流速相等，同粘弹性管道纯液相瞬变流模型。不论管道中是否产生空腔，延迟应变均由式 (2-41) 求得。

对于粘弹性管道中伴有液柱分离的瞬变流问题，求解时首先依据初始参数计算稳态时各节点处的压力水头 H_i^1 和流量 Q_i^1 和 Q_{ui}^1 ($H = \frac{p}{\rho g}$, $Q = V \times Ar$, Ar 为管道过流断面面积)。通过实验测定或者校核的方法确定管道材料的蠕变参数 J_k 和 T_k ，进而计算出粘弹性相关常量 F 、 A_k 、 B_k 、 C_k 和 M 等。进入瞬态工况后，首先判断节点处是否有空腔产生，即 V_i^* 是否大于 0。当 $V_i^* < 0$ 时，节点处无空腔产生，采用粘弹性管道纯液相瞬变流方法求解；当 $V_i^* > 0$ 时，节点处存在空腔， $H_i^{n+1} = H_v$ ，将其代入特征线方程 (2-62) 和 (2-63) 求出空腔上游和下游流速。

而对于边界节点，需要根据不同的边界条件结合特征线方程才能求解。上游端由特征线方程 C^- 结合上游边界条件求出，下游端由特征线方程 C^+ 结合下游边界条件求出。延迟应变由式 (2-41) 给出；当节点 $i+1$ 处压力高于蒸汽压时，该节点处不产生蒸汽腔。粘弹性管道一维拟稳态 DVCM 计算流程如下所示：

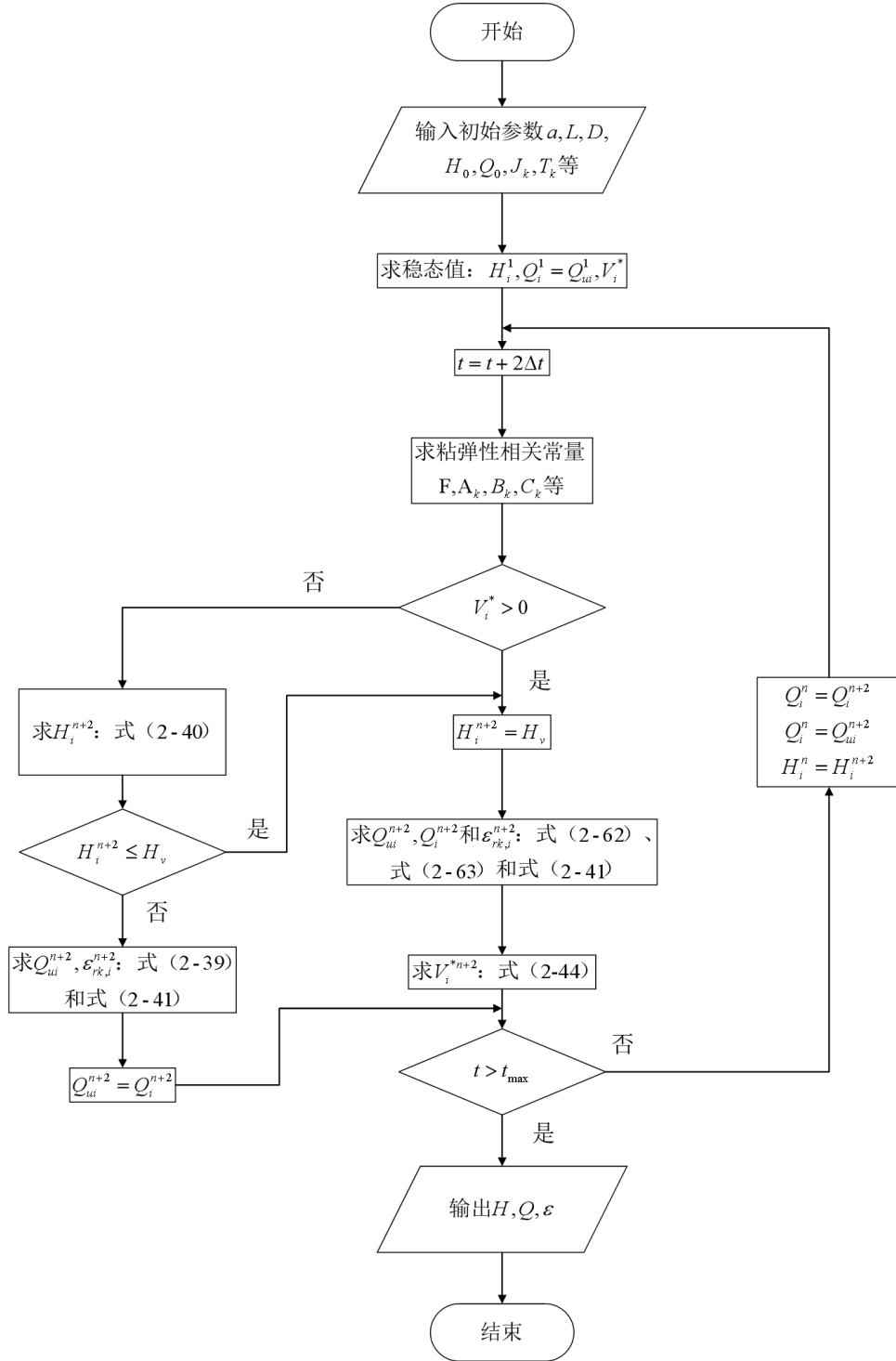


图 2-10 粘弹性拟稳态 DVCN 计算流程图

2.2.5 粘弹性非稳态 DVCN 模型

本节采用 Brunone 等^[46]提出的基于瞬时加速度的非稳态摩阻模型计算壁面切应力，以下简称为 Brunone 摩阻模型。空腔体积的计算方法不变，即采用式 (2-44) 计算 V_i^* 。

$(n+1)\Delta t$ 时刻，当节点处压力 $p_i < p_v$ 时，令 $p_i^{n+1} = p_v$ 。

$(n+1)\Delta t$ 时刻, 空腔上游流速 V_{ui}^{n+1} 和下游流速 V_i^{n+1} 可以通过特征线方程 C^+ 和 C^- 求得:

$$C^+: V_{ui}^{n+1} = -\alpha_p M p_i^{n+1} + C_p \quad (2-66)$$

$$C^-: V_i^{n+1} = \alpha_m M p_i^{n+1} + C_m \quad (2-67)$$

其中

$$C_p = V_{i-1}^n + \frac{\alpha_p}{\rho a} p_{i-1}^n - \frac{f\Delta t}{2D(1+k^*)} V_{i-1}^n |V_{i-1}^n| + 2\alpha_p \Delta x N_i^n \quad (2-68)$$

$$C_m = V_{ui+1}^n - \frac{\alpha_m}{\rho a} p_{i+1}^n - \frac{f\Delta t}{2D(1+k^*)} V_{ui+1}^n |V_{ui+1}^n| - 2\alpha_m \Delta x N_i^n \quad (2-69)$$

$$\text{式中 } \alpha_p = \frac{1 + \frac{1}{2} k^* \left[1 - \text{sign}(V \frac{\partial V}{\partial x}) \right]}{1 + k^*}, \quad \alpha_m = \frac{1 + \frac{1}{2} k^* \left[1 + \text{sign}(V \frac{\partial V}{\partial x}) \right]}{1 + k^*}。$$

当节点 i 处 $p_i^{n+1} > p_v$ 时, 该节点处不产生空腔, 此时节点上下游流速相等, 管道内发生纯液相瞬变流:

$$C^+: V_i^{n+1} = -\alpha_p M p_i^{n+1} + C_p \quad (2-70)$$

$$C^-: V_i^{n+1} = \alpha_m M p_i^{n+1} + C_m \quad (2-71)$$

其中

$$C_p = V_{i-1}^n + \frac{\alpha_p}{\rho a} p_{i-1}^n - \frac{f\Delta t}{2D(1+k^*)} V_{i-1}^n |V_{i-1}^n| + 2\alpha_p \Delta x N_i^n \quad (2-72)$$

$$C_m = V_{i+1}^n - \frac{\alpha_m}{\rho a} p_{i+1}^n - \frac{f\Delta t}{2D(1+k^*)} V_{i+1}^n |V_{i+1}^n| - 2\alpha_m \Delta x N_i^n \quad (2-73)$$

采用粘弹性一维非稳态 DVCM 模型对粘弹性管道气液两相瞬变流问题求解时, 首先依据初始参数计算稳态时各节点处的压力水头 H_i^1 和流量 Q_i^1 和 Q_{ui}^1 ($H = \frac{p}{\rho g}$, $Q = V \times Ar$, Ar 为管道过流断面面积)。通过实验测定或者校核的方法确定管道材料的蠕变参数 J_k 和 T_k , 进而计算出粘弹性相关常量 F 、 A_k 、 B_k 、 C_k 和 M 等。进入瞬态工况后, 首先判断节点处是否有空腔产生, 即 V_i^* 是否大于 0。当 $V_i^* < 0$ 时, 节点处无空腔产生, 通过式 (2-70) 和式 (2-71) 求解节点处的流速; 当 $V_i^* > 0$ 时, 节点处存在空腔, $H_i^{n+1} = H_v$, 将其代入式 (2-66) 和 (2-67) 求出空腔上游和下游流速。

而对于边界节点, 需要根据不同的边界条件结合特征线方程才能求解。上游端由特征线方程 C^- 结合上游边界条件求出, 下游端由特征线方程 C^+ 结合下游边界条件求出。延迟应变由式 (2-41) 给出; 当节点 $i+1$ 处压力高于蒸汽压时, 该节点处不产生蒸汽腔。粘弹性管道一维非稳态 DVCM 计算流程如下所示:

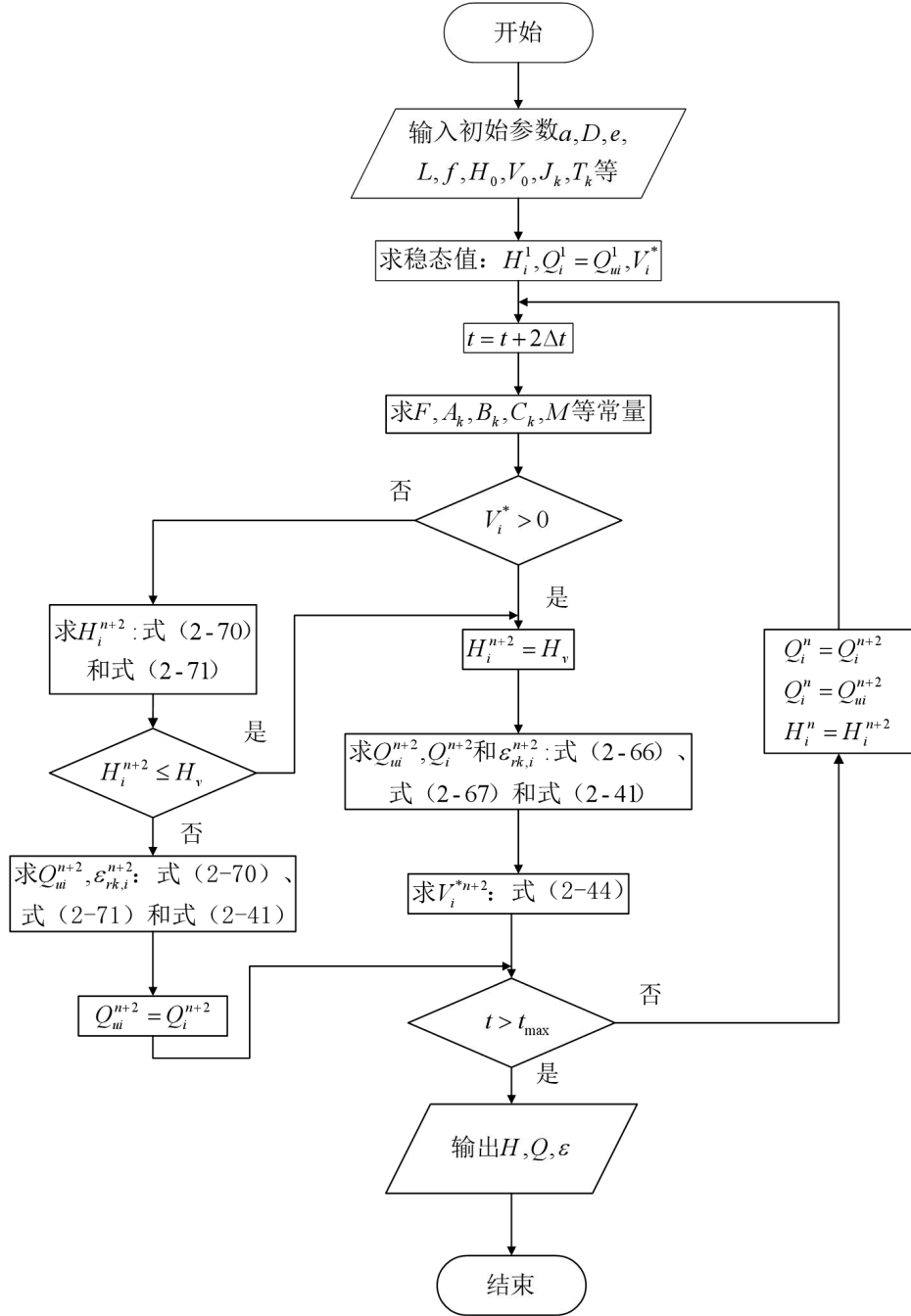


图 2-11 粘弹性非稳态 DVCM 计算流程图

2.2.6 准二维粘弹性 DVCM

在求解粘弹性管道准二维 DVCM 模型时需要在一维模型的全微分方程沿着特征线积分，全微分方程如下所示

$$\frac{dH}{dt} \pm \frac{a}{gAr} \frac{dQ}{dt} \pm \frac{a}{g} \frac{4\tau_w}{\rho D} + \frac{2a^2}{g} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} = 0 \quad (2-74)$$

在 $n\Delta t$ 和 $(n+1)\Delta t$ 时间内，沿着特征线对式 (2-70) 积分，得到

$$(1+F)H_i^{n+1} + BQ_{ui}^{n+1} + \frac{4\varepsilon a \Delta t}{\rho g D} \tau_{wui}^{n+1} = C_p \quad (2-75)$$

$$(1+F)H_i^{n+1} - BQ_i^{n+1} - \frac{4\varepsilon a \Delta t}{\rho g D} \tau_{wi}^{n+1} = C_m \quad (2-76)$$

其中

$$\tau_{wui}^{n+2} = \rho v_T \frac{u_{ui,Nr+1}^{n+2}}{\Delta r_{cNr+1}} = \rho v_T \frac{u_{ui,Nr+1}^{n+2}}{(D/2 - r_{cNr+1})}$$

$$F = 2a^2 \Delta t / g \sum A(k)$$

$$C_p = H_{i-1}^n + BQ_{i-1}^n - (1-\varepsilon) \frac{4a \Delta t}{\rho g D} \tau_{wi-1}^n + \frac{2a^2 \Delta t}{g} \sum_{k=1}^N V_E \quad (2-77)$$

$$C_m = H_{i+1}^n - BQ_{ui+1}^n + (1-\varepsilon) \frac{4a \Delta t}{\rho g D} \tau_{wui+1}^n + \frac{2a^2 \Delta t}{g} \sum_{k=1}^N V_E \quad (2-78)$$

式中

$$A(k) = \gamma \frac{\alpha D}{2e} \frac{J(k)}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T(k)}} \right)$$

$$V_E = B(k)H_0 + (A(k) - B(k))H(x, t - \Delta t) + C(k)\varepsilon_{rk}(x, t - \Delta t)$$

$$B(k) = \gamma \frac{\alpha D}{2e} \frac{J(k)}{\Delta t} e^{-\frac{\Delta t}{T(k)}}$$

$$C(k) = \frac{e^{-\frac{\Delta t}{T(k)}}}{T(k)}$$

式中 γ ——液体的容重， $\gamma = \rho g$ ，N/m³。

在 $\frac{dx}{dt} = \pm a$ 上，粘弹性管道准二维瞬态流动方程的全微分形式为

$$\frac{dH}{dt} \pm \frac{a}{g} \frac{du}{dt} + \frac{a^2}{gr} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \mp \frac{a}{g} \frac{1}{\rho r} \frac{\partial(r\tau)}{\partial r} + \frac{2a^2}{g} \sum_{k=1}^N (A(k)H - V_E) = 0 \quad (2-79)$$

对于准二维模型，当网格点存在空腔或气腔时， $(n+1)\Delta t$ 时刻的空腔体积由式（2-51）计算，其中流量 Qu 和 Q 分别通过对腔体上下游的轴向速度分布进行积分得到。并且忽略空腔或气腔处的径向速度。因此，在 $n\Delta t$ 和 $(n+1)\Delta t$ 时间内，沿着特征线对式（2-79）积分，得到

$$(1+F)H_i^{n+1} - \theta C_{q,j} q_{i,j-1}^{n+1} + \theta C_{q,j} q_{i,j}^{n+1} - \varepsilon C_{u1,j} u_{ui,j-1}^{n+1} + (a/g + \varepsilon C_{u2,j}) u_{ui,j}^{n+1} - \varepsilon C_{u3,j} u_{ui,j+1}^{n+1} = K_{pi,j} \quad (2-80)$$

$$(1+F)H_i^{n+1} - \theta C_{q,j} q_{i,j-1}^{n+1} + \theta C_{q,j} q_{i,j}^{n+1} + \varepsilon C_{u1,j} u_{i,j-1}^{n+1} - (a/g + \varepsilon C_{u2,j}) u_{i,j}^{n+1} + \varepsilon C_{u3,j} u_{i,j+1}^{n+1} = K_{ni,j} \quad (2-81)$$

其中

$$\begin{aligned} K_{pi,j} &= H_{i-1}^n + (1-\theta)C_{qj}(q_{i-1,j-1}^n - q_{i-1,j}^n) + (1-\varepsilon)C_{u1j}u_{i-1,j-1}^n + [a/g - (1-\varepsilon)C_{u2j}]u_{i-1,j}^n + \\ &\quad (1-\varepsilon)C_{u3j}u_{i-1,j+1}^n + \frac{2a^2\Delta t}{g} \sum_{k=1}^N V_E \\ K_{ni,j} &= H_{i+1}^n + (1-\theta)C_{qj}(q_{i+1,j-1}^n - q_{i+1,j}^n) - (1-\varepsilon)C_{u1j}u_{i+1,j-1}^n + [a/g - (1-\varepsilon)C_{u2j}]u_{i+1,j}^n - \\ &\quad (1-\varepsilon)C_{u3j}u_{i+1,j+1}^n + \frac{2a^2\Delta t}{g} \sum_{k=1}^N V_E \end{aligned}$$

式中 θ ——径向通量项权重系数。

在使用粘弹性管道准二维 DVCM 模型时，首先根据初始参数计算稳态时各节点处的压力水头 H_i^1 、流量 Q_i^1 和 Q_{ui}^1 、轴向速度 $u_{i,j}^1 = u_{ui,j}^1$ 等。进入瞬态后，首先判断节点处是否存在空腔，即 V_i^* 是否大于 0。当 $V_i^* < 0$ 时，节点处无空腔产生，采用粘弹性管道准二维纯液相瞬变流方法求解；当 $V_i^* > 0$ 时，节点处存在空腔，此时节点处压力等于蒸汽压，将 $H_i^{n+1} = H_v$ 代入式 (2-80) 和 (2-81) 求出 $u_{ui,j}^{n+1}$ 和 $u_{i,j}^{n+1}$ 。有了 $u_{ui,j}^{n+1}$ 、 $u_{i,j}^{n+1}$ 即可求出 τ_{wui}^{n+1} 、 τ_{wi}^{n+1} ，然后通过相容性方程 (2-75) 和 (2-76) 求出 Q_{ui}^{n+1} 和 Q_i^{n+1} 。空腔体积的计算与经典 DVCM 相同。流程图如下所示：

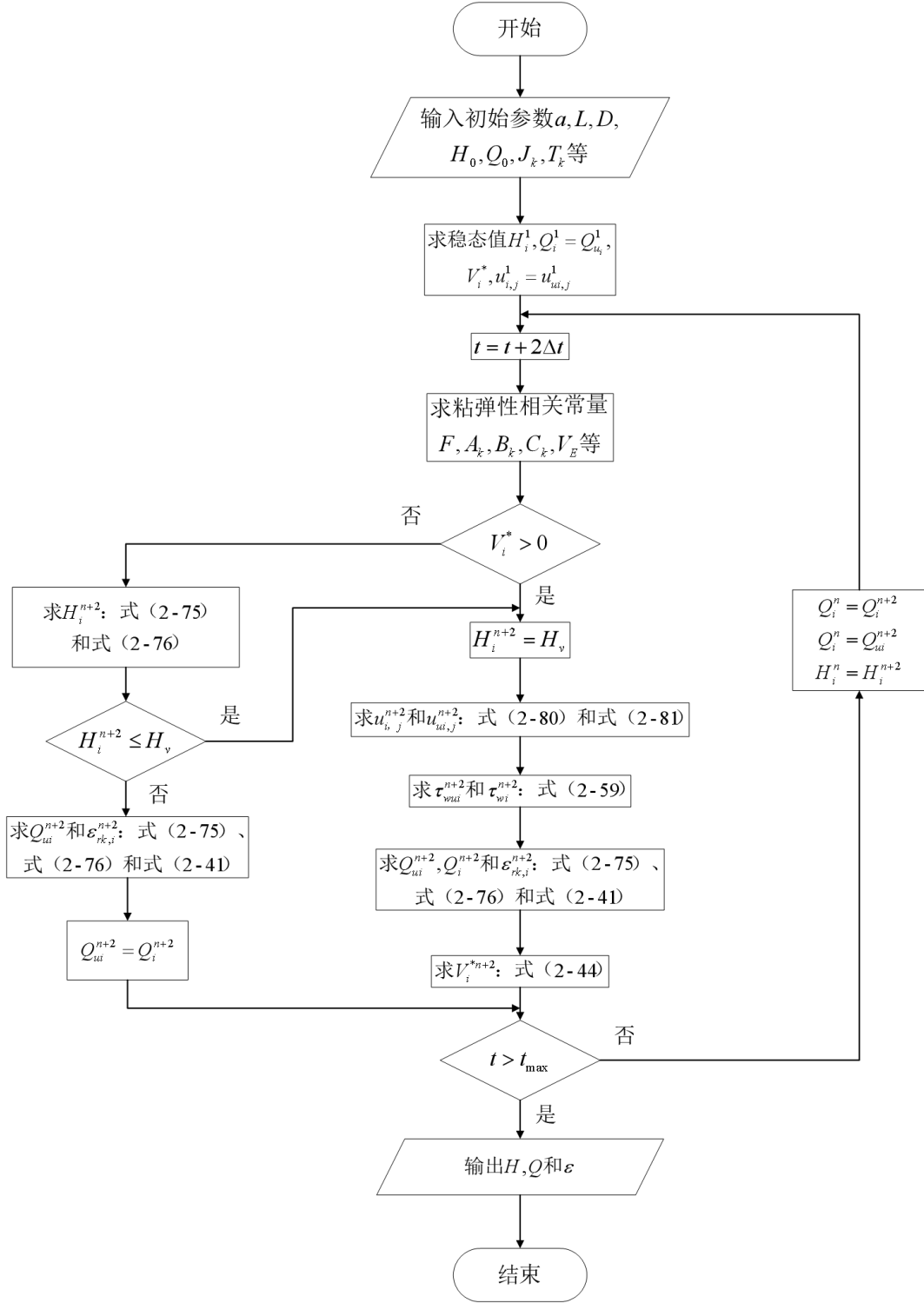


图 2-12 粘弹性准二维 DVCM 计算流程图

2.3 边界节点求解

对于粘弹性管道准二维 DVCM 模型，内部节点的求解过程已经给出，而对于管路上、下游的端点来说，仅有一侧节点参数是已知的，此时需要补充边界条件，与相容性方程联立，求解端点处的压力 H 、流量 Q 和延迟应变 ε_r 。

2.3.1 水库

对于水库，在发生瞬变流的短暂时间内，认为水库的水位是恒定的。当水位为 H_0 水库作为上游边界时，管道系统上游处的压力水头 H_1^1 恒为 H_0 。压力确定后，可以通过与 C_m 联立求出流量 Q_1^1 ：

$$Q_1^1 = \frac{(1+F)*H_1^1 - C_m - \frac{4\epsilon a \Delta t}{\rho g D} \tau_{w1}^1}{B} \quad (2-82)$$

当水位为 H_0 水库作为下游边界时，管道系统上游处的压力水头 H_{N+1}^1 恒为 H_0 。压力确定后，可以通过与 C_p 联立求出流量 Q_{N+1}^1 ：

$$Q_{N+1}^1 = \frac{C_p - (1+F)*H_{N+1}^1 - \frac{4\epsilon a \Delta t}{\rho g D} \tau_{wuN+1}^1}{B} \quad (2-83)$$

2.3.2 阀门

阀门通常位于管道系统的末端，此时阀门处的压力为稳态时末端压力 H_{02} ，再结合 C_p 以及文献^[47]中的内容得到阀门处的流量：

$$Q_{uN+1}^1 = -BC_v + \sqrt{(BC_v)^2 + 2C_v C_p} \quad (2-84)$$

$$C_v = \frac{(Q_0 \tau_d)^2}{2(1+F)H_{02}} \quad (2-85)$$

其中 τ_d —— 阀门开度。

当阀门位于管道系统的上游时，结合上游固定水位的压力水头 H_{01} 和文献^[47]得到阀门处的流量如下：

$$Q_{N+1}^1 = -BC_v + \sqrt{(BC_v)^2 + 2C_v (C_m + (1+F)H_{01})} \quad (2-86)$$

$$C_v = \frac{(Q_0 \tau_d)^2}{2H_{01}(1+F)} \quad (2-87)$$

其中 $C_m = H_2^n - BQ_{u2}^n + (1-\epsilon)\frac{4a\Delta t}{\rho g D} \tau_{wu2}^n + \frac{2a^2\Delta t}{g} \sum_{k=1}^N V_E$ 。

2.4 本章小结

本章首先基于粘弹性管道本构方程和瞬变流基本假设，推导了粘弹性管道瞬变流基本微分方程，该方程与弹性管道瞬变流的区别在于多了一项延迟应变率。采用特征线法对所建立的粘弹性管道瞬变流模型进行求解，得到了可以编入计算机程序的相容性方程。然后，介绍了经典的离散空腔模型（DVCM）和离散气体腔模型（DGCM）、结合

了准二维摩阻的 DVCM 和 DGCM 模型，在此基础上建立了粘弹性管道一维拟稳态摩阻的 DVCM 和准二维摩阻的 DVCM，绘制了在交错网格上使用这两种气液两相模型的流程图。本章内容是后面章节数值分析和参数分析的理论基础。

3 气液两相瞬变流摩阻模型影响分析

对于弹性管道气液两相瞬变流的数值计算，本章采用一维 DVCM 和 DGCM 模型，以及准二维 DVCM 和 DGCM 模型。对于粘弹性管道气液两相瞬变流的数值计算，主要采用一维粘弹性 DVCM 模型和准二维粘弹性 DVCM 模型。本章基于文献中提供的实验数据，将一维摩阻模型和准二维模型的气液两相模型的数值结果进行比较，对比分析了摩阻模型的引入对于弹性和粘弹性管道气液两相瞬变流计算准确性的影响。

3.1 摩阻模型对弹性管道气液两相瞬变流的影响

本节将不同摩阻模型的计算结果与 Bergant 和 Simpson^[20]的测量结果进行比较。实验系统是一个典型的水库-管道-阀门系统，由长度为 37.23 m、管道直径为 22.1 mm、倾斜坡度为 3.2° 的铜直管组成。瞬态流动是由下游阀门快速关闭引起的。上游水库高度为 22 m。计算出的波速为 1319 m/s，假定其在纯液柱截面为恒定常数。实验装置的采样频率为 5kHz。数值计算中压力波动频率远小于实验采样频率，从而确保捕获到真实的压力峰值。以下部分研究针对管道初始流速 V_0 分别为 0.30m/s、0.71m/s 和 1.40m/s 情况下的结果。引入了空化严重程度^[48]这个概念，将上述三种情况分别定义为低强度空化、中等强度空化和高强度空化。

3.1.1 不同摩阻模型的对比

图 3-1（a~c）为三种不同初始流速情况下，采用一维拟稳态摩阻模型的 DVCM 计算结果与准二维 DVCM 计算结果的压力波动对比。由下图实验数据可知，三种不同空化程度情况下压力波动的主要特征存在明显差异。对于低空化程度情况的预测主要关注 0.18s 处的瞬时压升值和之后的压力波动衰减情况，如图 3-1（a）所示，采用一维拟稳态摩阻的 DVCM 模型和准二维 DVCM 均能较准确地预测瞬时压升值，这是因为发生水锤后的第一次压升值几乎与管壁摩阻无关。但在之后的压力波动过程中，拟稳态摩阻的 DVCM 的数值结果中存在多个虚拟波峰，导致其结果与实验数据的相对误差达到 23%，这是因为拟稳态摩阻模型在压力波动过程中无法提供足够的阻尼耗散。准二维 DVCM 的相对误差为 9.5%，准二维模型的引入大大提高了计算准确性。

除此之外，经典 DVCM 模型在预测有多个空腔形成的水锤事件时，模拟准确性较差，这在中等强度空化和高强度空化的情况下十分显著。在图 3-1（b）和图 3-1（c）中，拟稳态 DVCM 除了存在虚拟波峰外，在空腔形成和溃灭的时间预测上也与实验数据明显偏离。DVCM 模型与准二维模型相结合，提高了对压力波峰值和空腔形成、溃灭时间等的计算准确程度。在中等强度空化的情况下，拟稳态 DVCM 的压力峰值与实验数据的相对误差为 22%，准二维 DVCM 的相对误差为 9.8%；在高强度空化情况下，拟稳态 DVCM 压力峰值与实验数据的相对误差为 19%，准二维 DVCM 的相对误差为 2%。另一方面，在对空腔形成和溃灭的时间预测上，拟稳态 DVCM 的计算结果中空腔

持续时间过长,使得压力波动呈现滞后于实验数据的趋势,这一现象在图 3-1 (c) 的高强度空化情况更为显著。实验中前三个空腔的持续时间分别为 11.3 L/a、9.7 L/a 和 8.4 L/a,而拟稳态 DVCM 计算出的相应数值分别为 12.2 L/a、12 L/a 和 10.7 L/a,相差较大且存在随着时间增大的趋势。从图 3-1 (a) 至图 3-1 (c) 中也可以看出,准二维 DVCM 的模拟结果则更接近实验数据;从数据上看,准二维 DVCM 预测的空腔持续时间分别为 11.7 L/a、10 L/a 和 8.3 L/a。

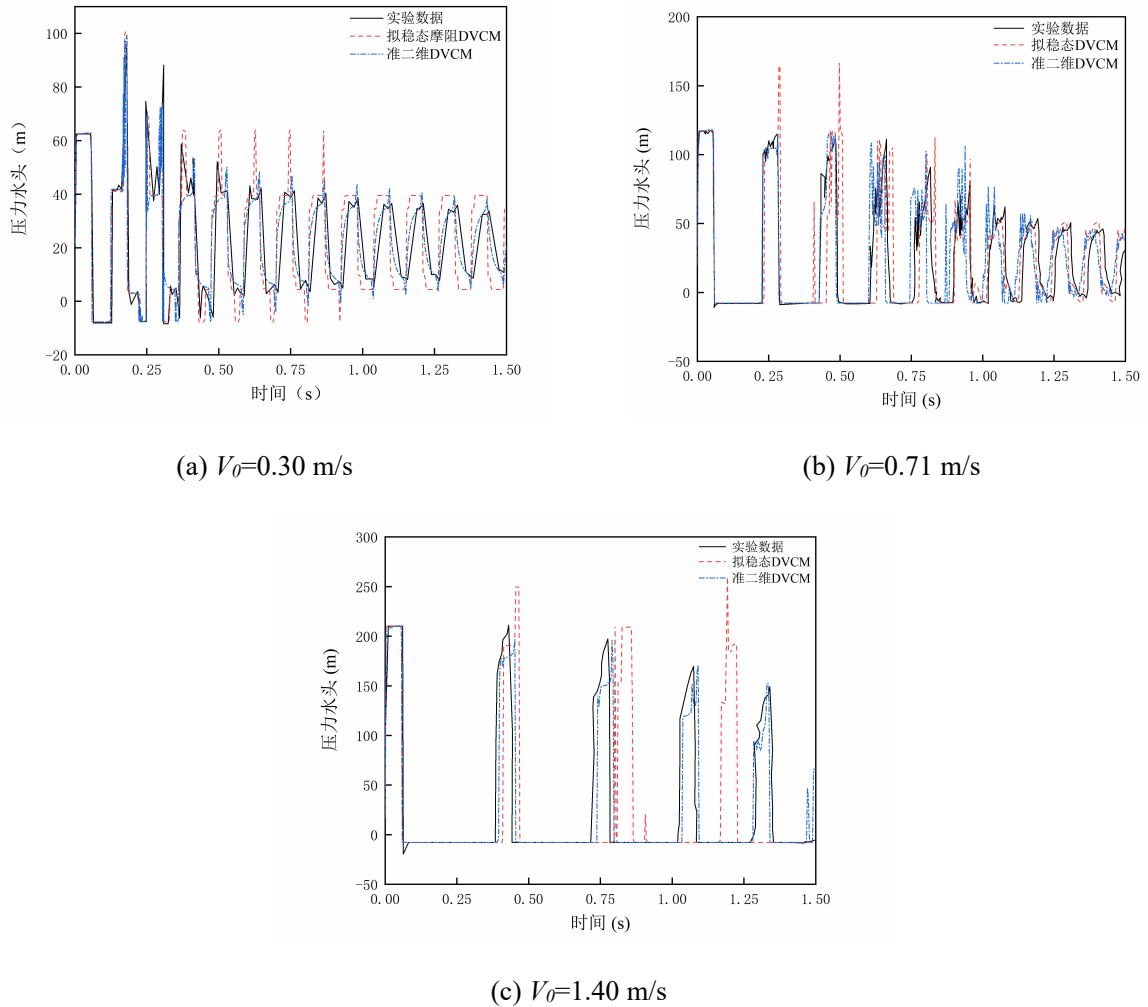


图 3-1 拟稳态 DVCM 和准二维 DVCM 计算结果对比图

图 3-2 (a~c) 为不同初始流速下,拟稳态 DGCM 和准二维 DGCM 计算结果与实验结果的对比图。由于 DGCM 是 DVCM 的改进模型,因此拟稳态 DGCM 在 $V_0=0.30$ m/s 的情况下有效地抑制了虚拟波峰的出现。在瞬变流压力波动后期,由于拟稳态摩阻无法准确地计算壁面切应力,使得压力波峰值高于实验值。根据图 3-2 (a) 所示,从整体的压力波峰值来看,拟稳态 DGCM 仍然存在虚拟波峰,使得其模拟结果与实验结果的平均相对误差为 16.8%,而准二维 DGCM 与实验的相对误差为 5.6%,远远小于拟稳态 DVCM 的误差。在图 3-2 (b) 和图 3-3 (c) 中 $V_0=0.71$ m/s 和 $V_0=1.40$ m/s 的情况下,与实验数据相比,拟稳态 DVCM 的整体波峰值的相对误差分别为 15.6%和 15.5%,而准二维 DGCM 与实验的相对误差分别为 8.5%和 4.8%。

另一方面，摩阻模型也影响着空腔形成和溃灭时间的预测准确性，进而影响着整体波形与实验结果的吻合程度。在图 3-2 (b) 的中等空化程度情况中，拟稳态 DGCM 预测的空腔持续时间与实验结果存在差异，高估了空腔的持续时间，且差异随着时间推移而增大。这种现象在高强度空化情况中更加明显，如图 3-2 (c) 所示，拟稳态 DGCM 预测的前三个空腔持续时间分别比实验结果多 1.0L/a、2.2L/a 和 3.2L/a。而准二维 DGCM 模型，在预测空腔形成和溃灭时间的准确性方面得到明显改善，如图 3-2 (b) 和图 3-3 (c) 所示，在 $V_0=0.71$ m/s 情况下（中等空化程度），仅在空腔消失后的压力波自由振荡阶段与实验一致性较差，具体表现为相位轻微滞后于实验结果。在高强度空化情况下，其波形也与实验结果吻合较好。

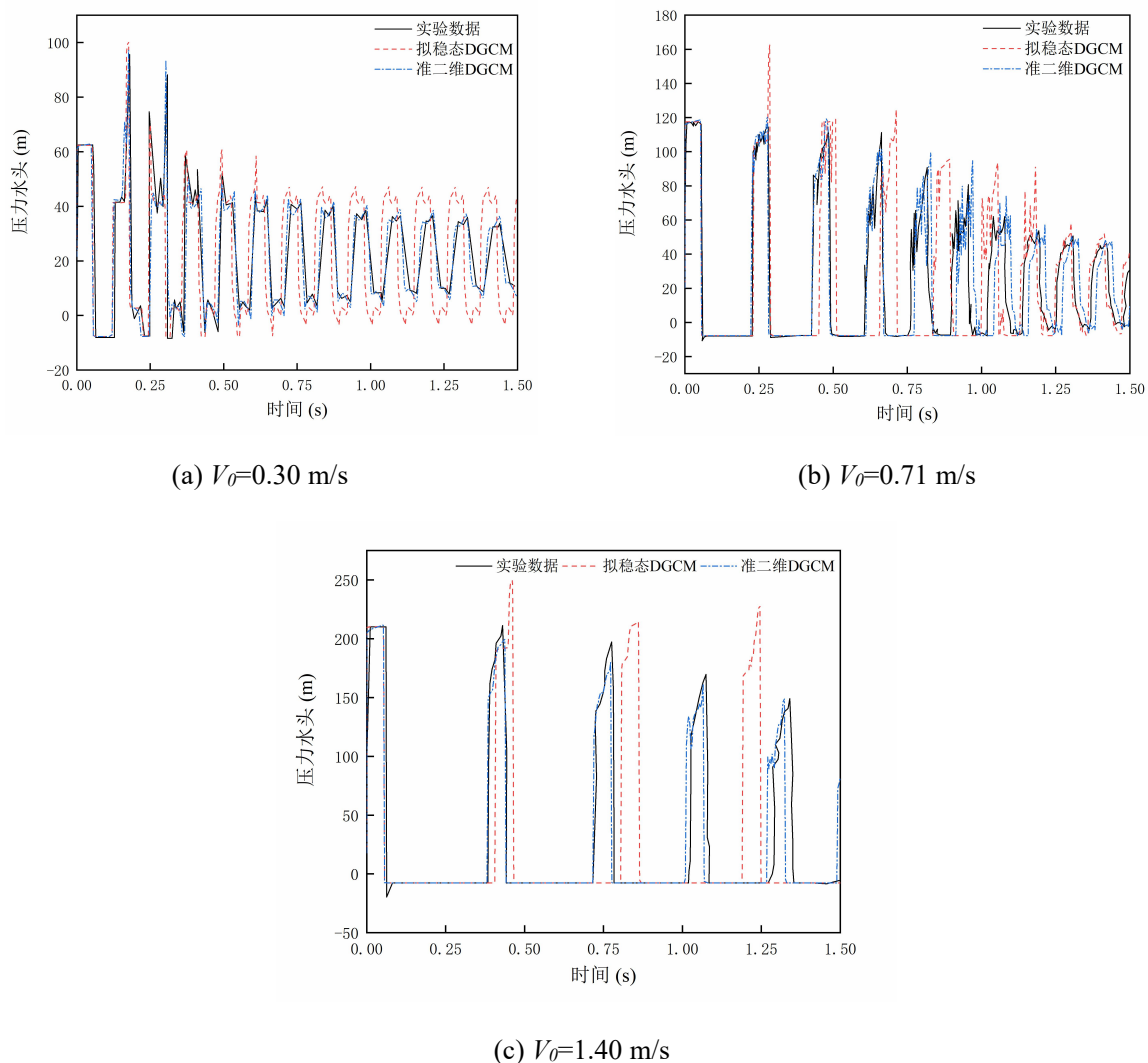


图 3-2 拟稳态 DGCM 和准二维 DGCM 计算结果对比图

3.1.2 准二维模型中权重系数的影响

根据第二章内容可知，准二维模型的引入增加了新的权重系数 ε 。为了在瞬变流模拟中更好地使用准二维模型，本节对比了 $V_0=0.30$ m/s 和 $V_0=1.40$ m/s 情况下，选择不同 ε 值时的模拟结果。

图 3-3 为准二维 DVCM 在采用不同数值 ε 时的计算结果。在 $V_0=0.30$ m/s 和 $V_0=1.40$ m/s 的情况下，采用不同 ε 值的模拟结果只存在细微的差别。如图 3-3 (a) 所示，准二维 DVCM 采用 $\varepsilon=1.0$ 和 $\varepsilon=0.5$ 的结果比 $\varepsilon=0.75$ 的结果更接近实验数据。 $\varepsilon=0.75$ 时的模拟结果在压力峰值的预测上多次出现高于实验值的情况。在 $V_0=1.40$ m/s 情况下，采用不同 ε 值的模拟结果仍然十分接近。在峰值的预测上， $\varepsilon=0.75$ 时的模拟结果与实验数据的相对误差较小，平均相对误差值为 2.1%，略小于 $\varepsilon=1.0$ 和 $\varepsilon=0.5$ 时的 3.8% 和 4.9%。在对空腔的形成和溃灭时间的预测上，三者也相差很小。由此可见，准二维 DVCM 对权重系数 ε 的取值不敏感， $\varepsilon=1.0$ 可以适用于不同情况下的数值模拟。

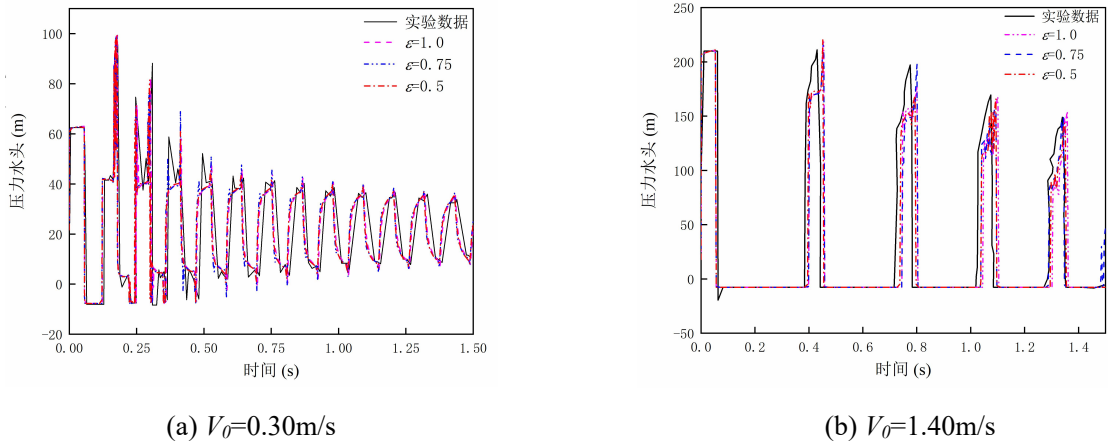


图 3-3 不同 ε 值的模拟结果比较（准二维 DVCM）

图 3-4 为准二维 DGCM 在采用不同数值 ε 时的计算结果。在 $V_0=0.30$ m/s 的情况下，准二维 DGCM 与准二维 DVCM 结果相近，即计算准确性受 ε 的取值影响较小，而 $V_0=1.40$ m/s 的情况则明显不同。如图 3-4 (b) 所示，在空化较严重的情况下，仅 $\varepsilon=1.0$ 时的结果与实验结果吻合较好。从第二个空腔形成开始， $\varepsilon=0.6$ 时的结果就出现了较大的偏差，且误差随着空化时间的持续而增大。 $\varepsilon=0.8$ 的结果略优于 $\varepsilon=0.6$ 的结果，但是在第四个空腔出现以后开始失真。误差既包括计算的压力峰值低于实验值，还包括低估了空腔的存在时间。总的来说，对于准二维 DGCM 模型， $\varepsilon=1.0$ 是不同条件下的最优选择。

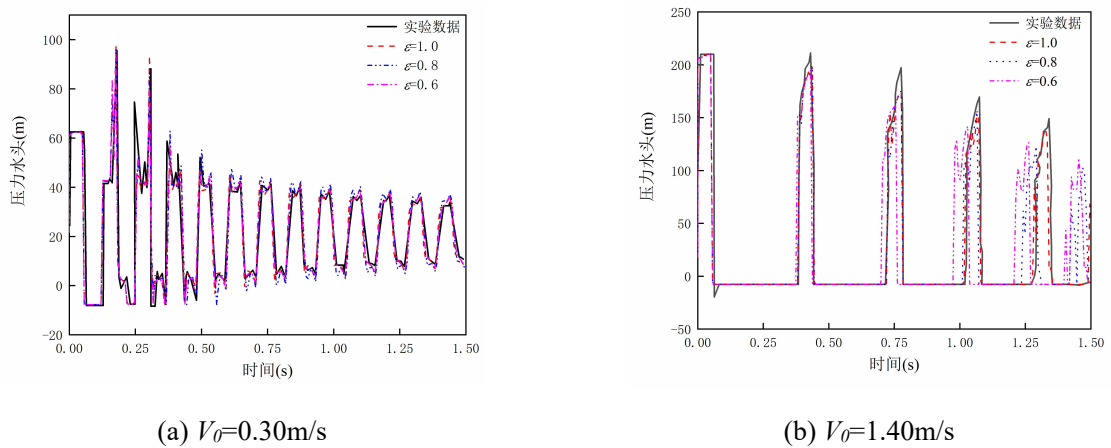


图 3-4 不同 ε 值的模拟结果比较（准二维 DGCM）

3.2 摩阻模型对粘弹性管道气液两相瞬变流的影响

本节以文献^[48]中的粘弹性管道气液两相瞬变流实验为依据，对采用不同摩阻模型（一维摩阻模型和准二维模型）的气液两相瞬变流模型进行对比，分析摩阻模型对于粘弹性管道气液两相瞬变流计算准确性的影响。

实验数据来源于 Soares A.K.等^[49]搭建的实验台，该实验台主体为水平放置的 HDPE 管道，管道总长度为 203m，管道直径为 44.0mm。管道上游为压力罐，起到定压作用；下游端连接一个自由排放口，回到恒定水位。阀门位于压力罐下游，用于中断流动以执行快速关闭操作，前端快关阀门引发管道瞬变流。瞬态压力数据由位于四个管道部分的压力传感器采集，分别在压力罐处、管道上游端阀门下游、管道中间和管道的下游端。该实验台的简化图如下所示：



图 3-5 粘弹性实验装置示意图

本文参考了测压点 1 和 5，即上游阀门处和管道中点处的实验数据。紊流状态下，系统初始水力条件：流量为 $0.004 \text{ m}^3/\text{s}$ ，上游压力罐水头 H_{01} 为 30.70 m，下游出口处水头 H_{02} 恒为 1.60 m，雷诺数 Re 为 120000。气液两相瞬变流实验中，水的密度为 998.2 kg/m^3 ，运动粘滞系数 ν 为 $1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ，波速约为 250 m/s。管道材料的蠕变参数根据力学实验的结果，确定为 $J_k = [0.700 \times 10^{-9} \ 0.256 \times 10^{-9} \ 0.238 \times 10^{-9} \ 0.290 \times 10^{-9}]$ ， $T_k = [0 \ 0.018 \ 0.5000 \ 3.0000]$ 。

根据 Ghidaoui 等^[50]人的研究发现，基于稳态的湍流模型的有效性和准确性与无量纲参数 P 有关：

$$P = \frac{2D / \sqrt{f} V_0}{L / a} \quad (3-1)$$

其中 D ——管道直径，m；

L ——管道长度，m；

a ——波速，m/s；

f ——摩阻系数；

V_0 ——初始流速，m/s。

本文考虑的问题中无量纲参数接近 1，这意味着瞬变流的时间尺度和湍流的延迟相当。

3.2.1 弹性准二维 DVCM 与粘弹性 DVCM 对比

为了对比准二维模型和管道粘弹性效应对气液两相瞬变压力波动的影响,本节基于粘弹性管道前端关阀的气液两相瞬变流实验,将弹性管道准二维 DVCM 模型和粘弹性管道一维拟稳态 DVCM 模型的模拟结果进行对比,如图 3-6 所示。图中三条曲线分别是实验数据、仅考虑准二维模型的 DVCM 模拟结果和仅考虑管壁粘弹性的 DVCM 模拟结果。

从上游阀门和管道中点的模拟结果综合来看,弹性管道准二维 DVCM 可以较准确地预测紊流状态下的空腔形成和溃灭时间,但是无法准确地预测空腔溃灭后的压力波动情况。由于弹性管道准二维 DVCM 没有考虑管道的粘弹性效应对压力波的抑制作用,使得模拟得到的压力波动周期明显小于实验测得曲线。同时,仅考虑准二维模型而不考虑管道的延迟应变,使得模型无法提供足够的阻尼,造成准二维 DVCM 的结果在波峰和波谷值方面均高于实验值,且这种差异存在随着时间推移而增大的趋势。其中,在上游阀门处,空腔溃灭后的前三个波峰与实验值的相对误差分别为 22.2%、104%、247%。从整体波形的吻合程度来看,与粘弹性准二维 DVCM 相比,粘弹性一维拟稳态 DVCM 无论是波峰波谷值,还是压力振荡的相位都更接近于实验结果。通过计算,在上游阀门处,空腔溃灭后的前三个波峰与实验值的相对误差分别为 11.5%、19.0%、47.3%。相对误差随着时间增加而变大。综上所述,对于粘弹性管道中的气液两相瞬变流模拟,管道粘弹性效应对压力波动的影响比摩阻模型对压力衰减的影响更大。

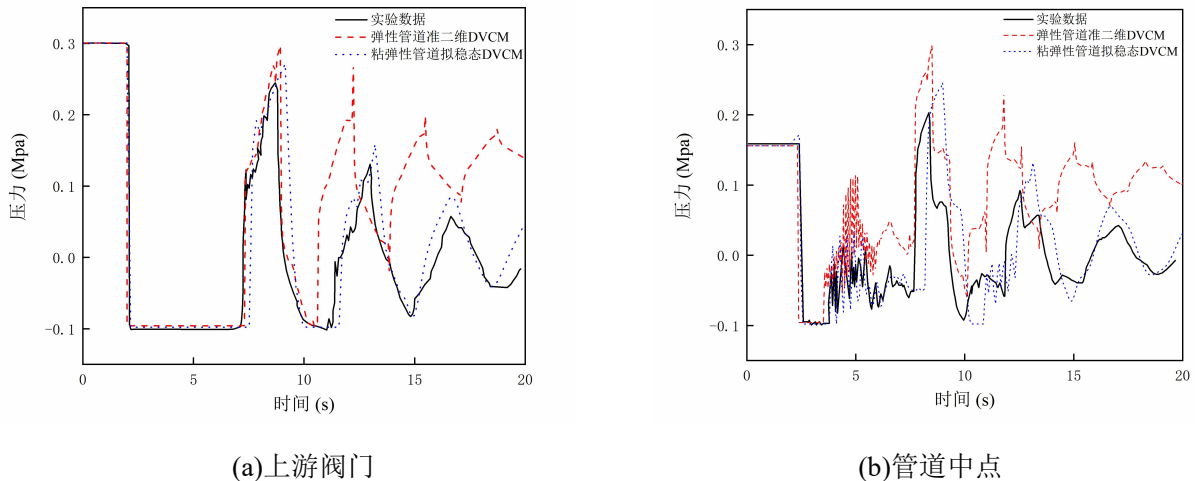


图 3-6 弹性管道准二维 DVCM 模型和粘弹性管道 DVCM 模型的结果对比图

3.2.2 不同一维摩阻模型对比

图 3-7 为粘弹性一维拟稳态 DVCM 和粘弹性非稳态 DVCM 的模拟结果对比。两个模型网格数和权重系数取值相同,网格数均为 5,权重系数 $\psi=0.75$ 。在图 3-7 (a) 中,对于上游阀门处的压力波动情况预测,粘弹性拟稳态 DVCM 的计算结果与粘弹性非稳态 DVCM 的结果几乎重合,均与实验数据整体上吻合较好。而对于管道瞬变流动后期的压力波幅值偏高这一细微差异,考虑了非稳态摩阻并没有对此起到改善作用。在图 3-

7 (b) 中, 与管道中点处的实验数据对比, 采用拟稳态摩阻模型和非稳态摩阻模型的粘弹性 DVCM 模拟结果十分接近, 在幅值上均明显高于实验测得数值, 而对空腔形成和溃灭时间的预测比较准确。两个模型的模拟结果仅在波动的后几个周期存在微小差异。对于发生在粘弹性管道中的伴有液柱分离的瞬变流来说, 采用粘弹性拟稳态 DVCM 即可在整体上满足对模拟准确性的要求, 非稳态摩阻模型的引入并不能提高模拟准确性。

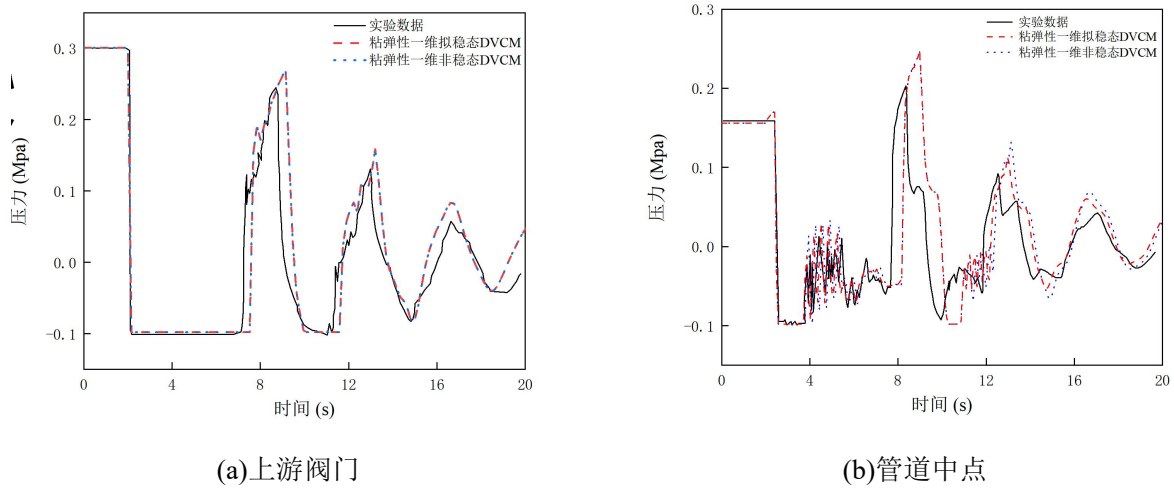


图 3-7 粘弹性 DVCM 结合不同摩阻模型的结果对比

3.2.3 一维摩阻模型与准二维模型的结果对比

通过 3.2.3 节的对比分析可知, 在上游阀门处粘弹性 DVCM 模型采用一维拟稳态摩阻模型与一维非稳态摩阻模型的结果没有差别。因此, 本节基于粘弹性 DVCM 模型, 分别采用一维拟稳态摩阻模型和准二维摩阻模型来计算壁面切应力, 对比一维摩阻模型和准二维摩阻模型对模拟结果的影响。

图 3-8 为粘弹性一维拟稳态 DVCM 模型与粘弹性准二维 DVCM 模型的对比。根据前面所述的对比结果, 可以得知一维非稳态摩阻模型的引入并不能改善模拟结果。为了进一步确认摩阻模型对于粘弹性管道气液两相瞬变流模拟的作用, 本部分采用更加高级的准二维模型来计算壁面切应力。如图所示, 结合了准二维模型的 DVCM 模拟结果在第一个波动周期内, 与实验数据在压力波峰值、空腔形成和溃灭时间上皆吻合较好。压力峰值略高于实验结果, 与实验值的相对误差为 5.9%, 但比粘弹性一维拟稳态 DVCM 的结果更接近实验结果, 粘弹性一维拟稳态 DVCM 与实验值的相对误差为 10.4%。在空腔消失以后, 从第二个波开始, 粘弹性准二维 DVCM 出现了与实验数据较大的差异, 波动过于平缓, 整体的波动幅度受到了抑制。由此可见, 对于粘弹性管道气液两相瞬变流的模拟, 采用准二维模型不能提高模拟准确性。仅考虑管壁粘弹性效应的拟稳态 DVCM 模型目前是最准确的数值模型。

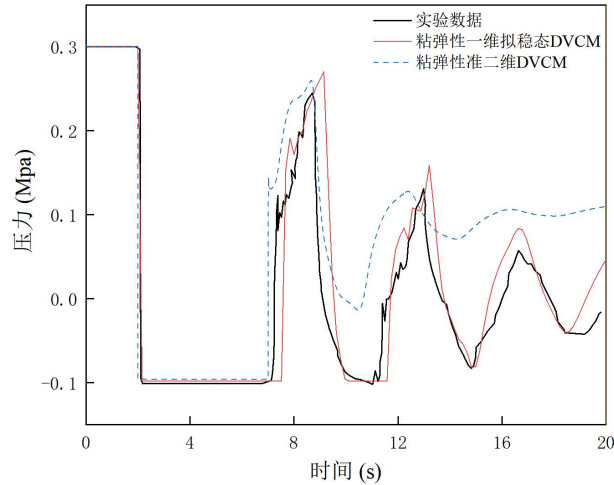


图 3-8 粘弹性拟稳态 DVCM 模型和粘弹性准二维 DVCM 模型的对比

在本章的 3.1 节和 3.2 节中，分别基于弹性管道气液两相瞬变流实验和粘弹性管道气液两相瞬变流实验，对采用不同摩阻模型的离散多腔模型进行了对比分析，得出了不同管壁材料下，摩阻模型对瞬态压力波动的影响规律。经过总结归纳，可以发现对于弹性管道和粘弹性管道中的气液两相瞬变流模拟，共同之处在于离散多腔模型结合准二维模型可以更准确地预测空腔形成和溃灭的时间。不同之处主要表现在：

- (1) 对于弹性管道气液两相瞬变流，离散多腔模型结合准二维摩阻模型比结合一维摩阻模型更加准确。
- (2) 对于粘弹性管道气液两相瞬变流，离散多腔模型结合一维摩阻模型比结合准二维摩阻模型更加准确。粘弹性效应对压力波动衰减的影响比摩阻模型更大。

3.3 本章小结

本章首先将弹性管道拟稳态 DVCM 和准二维 DVCM、弹性管道拟稳态 DGCM 和准二维 DGCM 的模拟结果进行对比；然后将弹性管道准二维 DVCM 和粘弹性拟稳态 DVCM 的模拟结果、粘弹性管道拟稳态 DVCM 和粘弹性管道准二维 DVCM 进行对比。分析了不同摩阻模型对于弹性管道气液两相瞬变流和粘弹性气液两相瞬变流模拟的影响规律。结果表明：

(1) 对于弹性管道气液两相瞬变流，准二维模型的引入从波峰值预测、空腔形成和溃灭时间预测两方面改善了模型的模拟准确性。此外，摩阻模型对模拟准确性的影响程度随着空化严重程度的增加而增加：在低空化程度的情况下，摩阻模型仅对波峰和压力波衰减做出了修正；在中等和高空化程度的情况下，摩阻模型除了消除虚拟波峰，还对空腔形成和溃灭时间的预测进行了修正。准二维模型的权重系数 ε 建议取值为 1。

(2) 对于粘弹性管道气液两相瞬变流，仅考虑管道粘弹性效应、采用拟稳态摩阻模型的模拟结果比仅考虑非稳态摩阻模型的模拟结果更准确。仅考虑管道的粘弹性效应，在管道瞬变流动初期模拟比较准确，但在瞬变流动后期与实验结果存在峰值上的差异。另一方面，非稳态摩阻模型和准二维摩阻模型的引入不能有效地改善模拟结果。

4 气液两相瞬变流模型参数敏感性分析

离散多腔模型已被证实可准确模拟管道气液两相瞬变流，同时此类模型与准二维模型的结合可以消除模型本身的一些缺点，提高模拟准确性。另一方面，模型的准确性也与模型参数的选择密切相关。本章对弹性管道气液两相瞬变流模型和粘弹性管道气液两相瞬变流模型的参数选择进行分析，通过与文献中实验数据的对比，研究了不同模型的参数敏感性。

4.1 弹性管道气液两相瞬变流模型的参数分析

本节采用准二维 DVCM 和准二维 DGCM 模型，对这两种弹性管道气液两相瞬变流模型进行参数敏感性分析，分析的参数包括网格数和与空腔体积计算相关的权重系数 ψ 。为了评估模拟结果的准确性引入了两个定量分析指标 $RMSE_p$ 和 t_{cav} ，并将数值结果的波形与 3.2 节中实验数据的波形进行对比。

4.1.1 网格敏感性分析

本章引入均方根差（root mean square error, RMSE）作为定量分析的参考指标，用于表示模拟结果与实验数据之间的偏差。 $RMSE_p$ 定义为阀门处发生瞬变流时，由每个周期的压力波峰值计算得到的 RMSE。其中 $RMSE_p$ 的计算涵盖了下游阀门关闭所引起的瞬变流事件的前五个周期，认为前五个周期的压力波动可以反映瞬态过程的主要特征。 $RMSE_p$ 值越小，表明模拟结果的压力波峰值与实验数据的压力波峰值越接近。图 4-1（b）显示了在 $V_0=0.30$ m/s 的情况下，准二维 DGCM 采用不同数值的 N_x 和 N_r 时的模拟结果计算得到的 $RMSE_p$ 。当指定 N_x 值时，随着 N_r 值的增加， $RMSE_p$ 减小。当 N_r 值大于 100 时， $RMSE_p$ 的差异不再显著。因此，在以下研究中准二维 DGCM 均采用 $N_r=100$ 。如图 4-1（a）所示，对准二维 DVCM 进行了类似的计算，当 N_r 值大于 60 时，差异几乎可以忽略。因此，在下面研究中，准二维 DVCM 模型的 N_r 值都设置为 60。

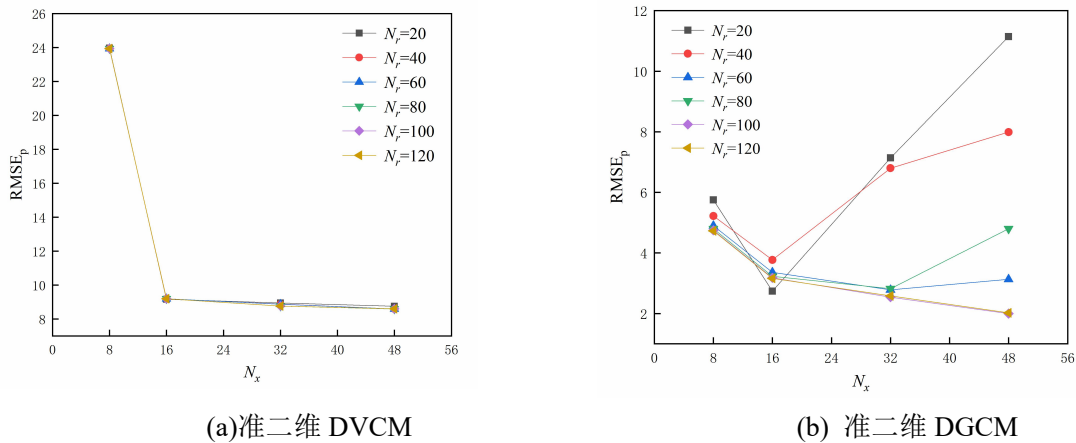


图 4-1 不同 N_x 和 N_r 计算的 $RMSE_p$

图 4-2 显示了在三种不同初始流速条件下，准二维 DVCM 和准二维 DGCM 采用不同 N_x 值模拟结果所计算的 $RMSE_p$ 值。从下图可以看出，在 $V_0=0.30$ m/s 的情况中，准二维 DVCM 和准二维 DGCM 的 $RMSE_p$ 均随着网格数的增加而减小，表明在这种情况下网格数越多，模拟结果越接近实验数据。对于 $V_0=0.71$ m/s 的情况，准二维 DVCM 和 DGCM 都在采用 $N_x=16$ 时获得了最小 $RMSE_p$ 值，这与经典拟稳态 DVCM 和 DGCM 选择的网格数相同。与其他两种情况相比，在 $V_0=1.40$ m/s 时，两种模型的 $RMSE_p$ 值随着网格数 N_x 的变化而大幅度波动。由此可见，准二维 DVCM 和准二维 DGCM 的网格敏感性受到空化程度的影响，空化越严重，模型对于网格数的选择越敏感。

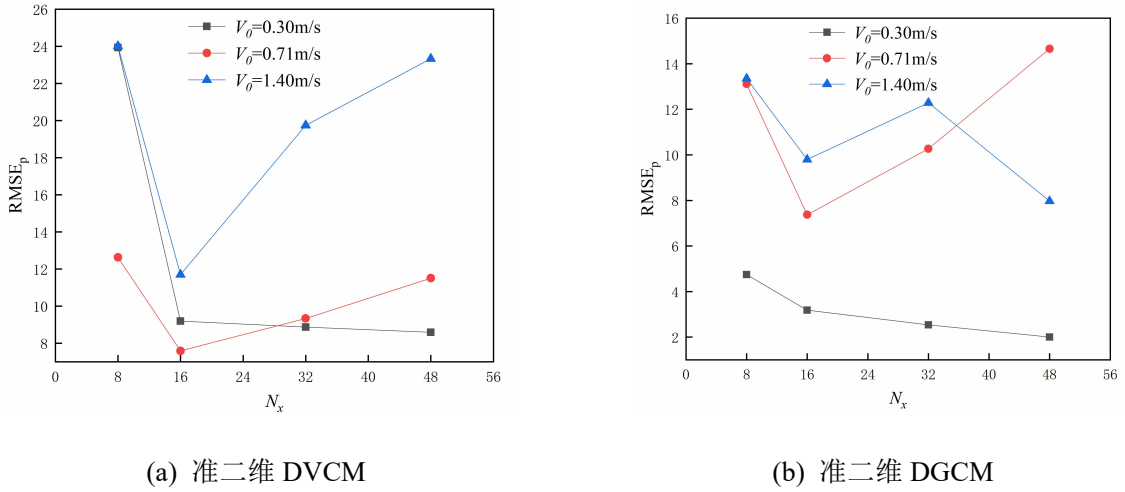


图 4-2 采用不同 N_x 计算的 $RMSE_p$

然而， $RMSE_p$ 值并不能完全代表计算结果的准确性。除了压力峰值外，压力波动的形状、空腔形成和溃灭时间也是描述模拟得到的瞬态空化流动是否准确的重要指标。为此，在接下来的工作中，将两种模型计算的压力波动与相应的实验数据进行了比较，其中选择了与实验数据偏差较小的，即 $RMSE_p$ 值较小的两个网格数。通过定义参数 t_{cav} 对空腔形成时间进行定量分析，以估计模型的模拟结果与实验数据的一致性程度。参数 t_{cav} 的定义如下：

$$t_{cav} = \sum_{i=1}^n \frac{|t_{cavi}|}{n}$$

其中 $t_{cavi} = \frac{t_{in} - t_{ie}}{t_{ie}} \times 100\%$ ， t_{ie} 是实验数据中第 i 个空腔的形成时间， t_{in} 是数值结果中第 i 个空腔的形成时间。 t_{cav} 值越小，表示在空腔形成时间的预测上数值结果与实验结果的差异越小。

图 4-3 显示了有多个空腔形成和溃灭的情况下，采用不同网格数时计算得到的 t_{cav} 值。从图中可以看出，在 $V_0=0.71$ m/s 和 $V_0=1.40$ m/s 情况下，准二维 DVCM 采用 $N_x=16$ 时的 t_{cav} 值都较小。另一方面，与准二维 DVCM 相比，准二维 DGCM 的数值结果在不同初始条件下，其空腔形成时间方面的预测更接近实验数据。准二维 DGCM 采用不同

网格数计算得到的 t_{cav} 值仅存在细微差异。

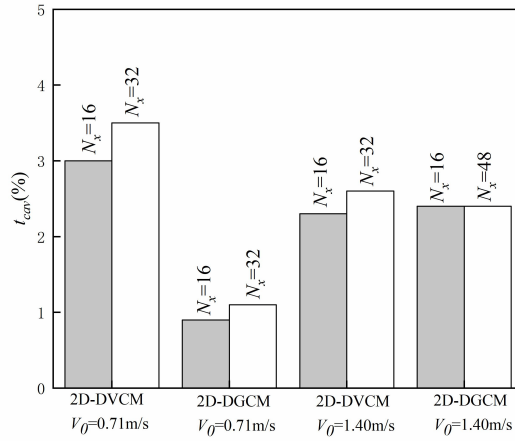


图 4-3 准二维 DVCM 和准二维 DGCM 的 t_{cav} 值

除了定量分析外，模拟结果与实验数据在波形方面的吻合程度也很重要。图 4-4 为 $V_0=0.30$ m/s 时，实验数据与采用不同网格数 N_x 的准二维 DVCM 和准二维 DGCM 的模拟结果的波形对比。通过前面的分析，可以知道离散多腔模型与准二维模型的结合能有效地消除虚拟波峰，但是如图 4-4 (a) 所示， $N_x=32$ 时的准二维 DVCM 仍然存在一个远高于实验值的虚拟波峰。由此可见，网格数的选择对于提高数值模型的模拟准确性至关重要。另一方面，尽管压力峰值在数值上十分接近实验数据，但是数值结果中压力峰值出现在与实验结果不同的时间（如图 4-4 (a) 中的 p4 和 p5，图 4-4 (b) 中的 p4）。从总体来看，在低空化程度下，对于准二维 DGCM 和准二维 DVCM，不同的 N_x 值对压力峰值和压力波形只有轻微的影响，而单个空腔的形成和溃灭时间几乎不受网格数的影响。

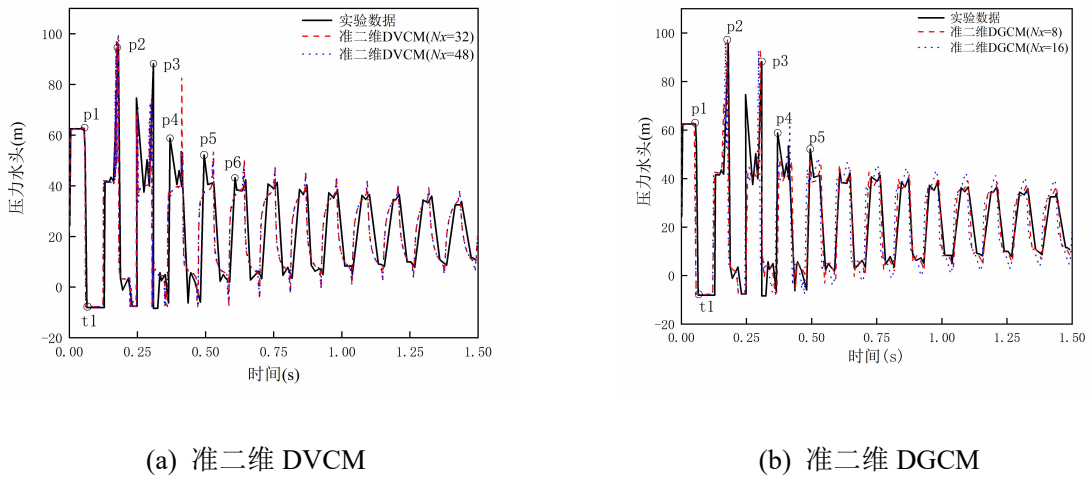


图 4-4 不同网格数的模拟结果比较 ($V_0=0.30$ m/s)

图 4-5 是 $V_0=0.71$ m/s 情况下，采用不同网格数的准二维 DVCM 与准二维 DGCM 的模拟结果与实验结果的对比图。从图 4-5 (a) 可以看出，准二维 DVCM 的压力峰值和空腔形成的时间都对网格数较为敏感。采用不同网格数进行模拟时，只有前三个周期可以被准确地预测，从第四个周期开始，网格数造成的差异逐渐明显。当采用 $N_x=8$

时, 准二维 DVCM 的压力波相位超前于实验结果将近一个周期; 当采用 $N_x=8$ 时, 准二维 DVCM 的模拟结果与实验数据吻合较好。对于准二维 DGCM, 如图 4-5 (b) 所示, 采用不同网格数得到的模拟结果在空腔形成和溃灭时间上均与实验数据吻合较好。但是 $N_x=8$ 时, t_2 和 t_3 处的压力峰值明显高于实验结果。在空腔溃灭后, 压力波开始自由震荡, 不同网格数的模拟结果开始出现差异, $N_x=16$ 时的压力波在相位上略微滞后于实验数据。综上所述, 在中等空化程度情况下, 准二维 DVCM 对网格数的敏感程度增加, 空腔形成和溃灭时间受到网格数的影响; 准二维 DGCM 的压力峰值和自由震荡的相位对网格数敏感, 而空腔形成和溃灭时间受网格数影响较小。

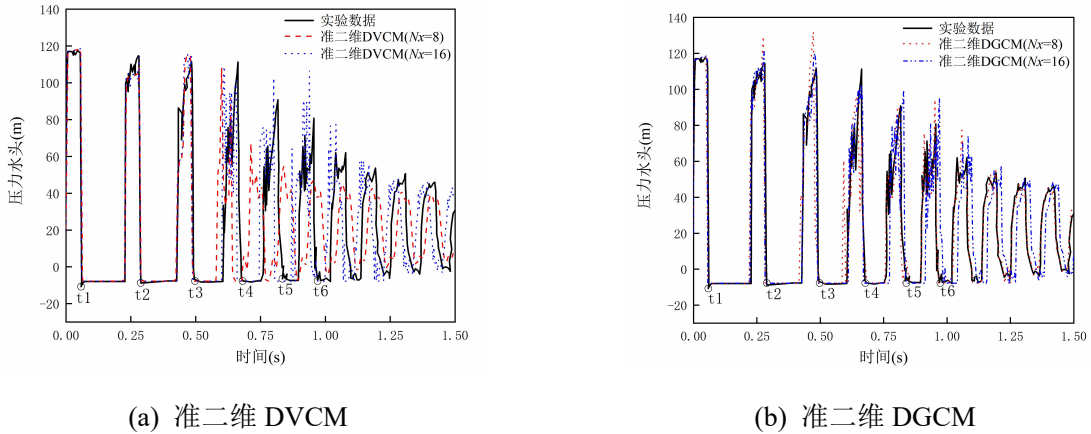


图 4-5 不同网格数的模拟结果比较 ($V_0=0.71\text{m/s}$)

准二维模型的引入显著提高了多个空腔形成和溃灭时间的预测准确性, 特别是在高强度空化的情况下。如图 4-6 所示, 将准二维 DVCM 和准二维 DGCM 计算的压力波动情况与 $V_0=1.40\text{m/s}$ 的实验结果进行了比较。在这种情况下, 准二维 DVCM 对网格数也很敏感。图 4-6 (a) 表明, 采用 $N_x=8$ 和 $N_x=16$ 准二维 DVCM 在空腔形成和溃灭时间上存在差异, $N_x=16$ 的结果更接近实验数据; 而在图 4-6 (b) 中, 采用 $N_x=16$ 和 $N_x=48$ 准二维 DGCM 的模拟结果十分接近, 且与实验结果吻合较好。对于高强度空化的情况, 从波形和定量分析的结果来看, 采用 $N_x=16$, 准二维 DVCM 和准二维 DGCM 都能得到相对更准确的模拟结果。

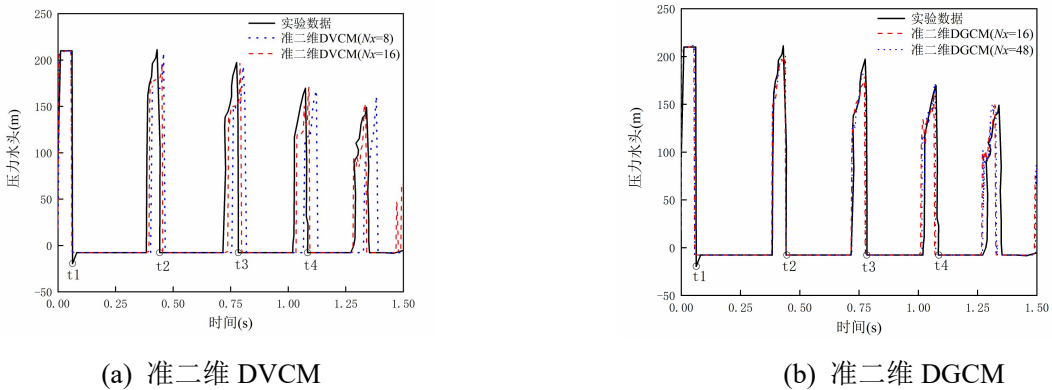


图 4-6 不同网格数的模拟结果比较 ($V_0=1.40\text{ m/s}$)

4.1.2 权重系数敏感性分析

本节研究了在低强度空化 ($V_0=0.30$ m/s) 和高强度空化 ($V_0=1.40$ m/s) 的情况下, 使用不同加权系数 ψ 时, 准二维 DVCM 和准二维 DGCM 的性能。

图 4-7 为初始流速为 $V_0=0.30$ m/s 的情况下, 采用不同数值的权重系数 ψ 计算得到的结果与实验数据的对比, 其中另一个权重系数 ε 已被指定为 1.0。在图 4-7 (a) 中, 准二维 DVCM 分别采用了 $\psi = 0.50$ 、 $\psi = 0.75$ 和 $\psi = 1.00$, 从波形的吻合程度来看, $\psi = 0.50$ 和 $\psi = 0.75$ 时的压力波比 $\psi = 1.00$ 的结果更接近实验数据, 但是 $\psi = 0.50$ 时产生了虚拟波峰。采用 $\psi = 1.00$ 模拟得到的相位在自由震荡后期与实验结果偏差较大。在图 4-7 (b) 中, 准二维 DGCM 分别采用 $\psi = 0.60$ 、 $\psi = 0.80$ 和 $\psi = 1.00$ 。从图中可以看出, 采用 $\psi = 0.80$ 和 $\psi = 1.00$ 的模拟结果十分相似, 但与实验结果存在明显差异。 $\psi = 0.60$ 时准二维 DGCM 在模拟液柱分离和自由振荡方面与实验结果最吻合。最大压力水头出现在 $t=0.184$ s 时, 被称为瞬时压升, 是由空腔溃灭引起的压力水头与关闭阀门反射的水库水头叠加造成的。准二维 DVCM 和准二维 DGCM 中瞬时压升值对于 ψ 的取值敏感程度不同, 由于在图 4-7 中观察不到, 所以在下文进行了详细分析。

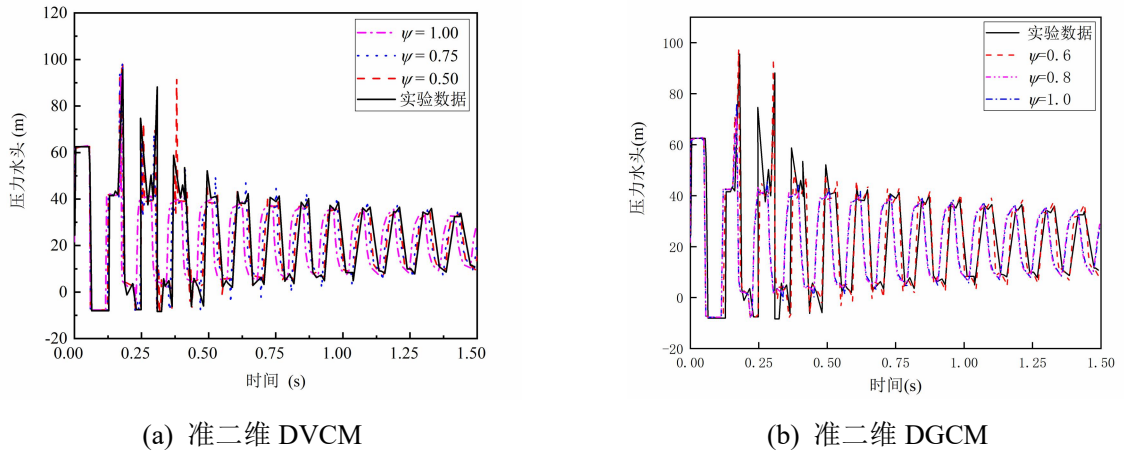


图 4-7 不同权重系数 ψ 的模拟结果比较 ($V_0=0.30$ m/s)

图 4-8 表示了初始流速 $V_0=0.30$ m/s 的情况下, 采用不同 ψ 值准二维 DVCM 和准二维 DGCM 计算的瞬时压升值与实验数据的差异。图中以 $|H_{sd,num}-H_{sd,exp}|/H_{sd,exp}$ 的比值作为评价指标, 其中 $H_{sd,num}$ 是数值结果的瞬时压升值, $H_{sd,exp}$ 是实验测得的瞬时压升值。如图 4-8 所示, 准二维 DVCM 计算的 $H_{sd,exp}$ 值与 $H_{sd,num}$ 值之间的差异百分比始终小于 5%。然而, 准二维 DGCM 计算的 $H_{sd,num}$ 值对加权系数 ψ 值更敏感。 $\psi = 0.6$ 时准二维 DGCM 计算得到的 $H_{sd,num}$ 与实验结果吻合较好, 但另外两种情况的 $H_{sd,num}$ 值与实验结果相差达 20%~25%。

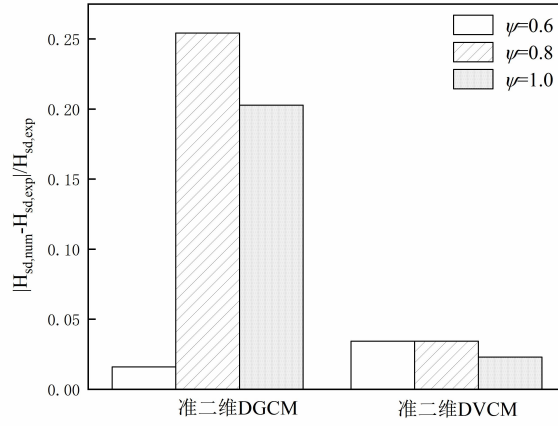
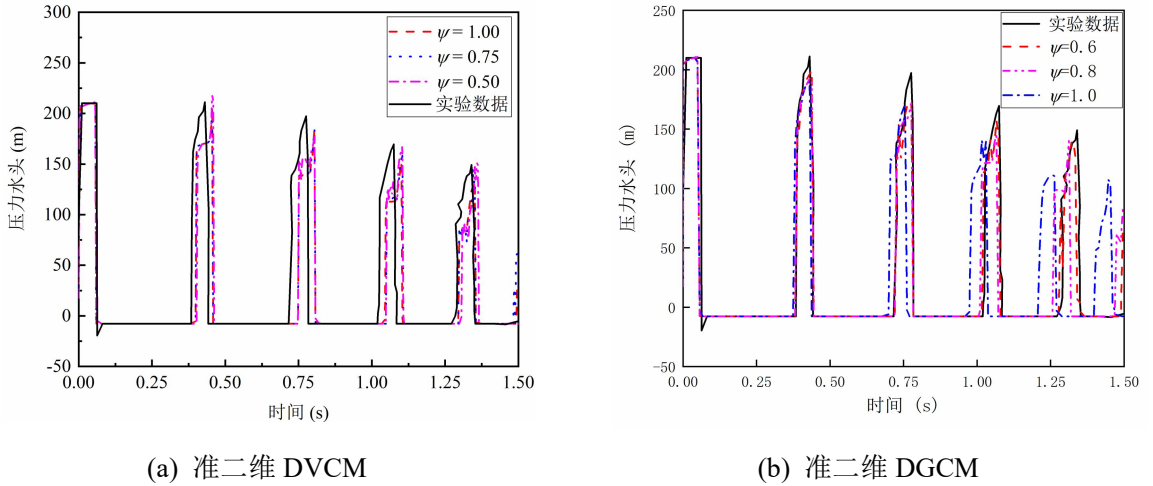


图 4-8 准二维 DVCM 和 DGCM 计算瞬时压升的比较图

图 4-9 为初始流速为 $V_0=1.40$ m/s 的情况下，采用不同数值的权重系数 ψ 的计算结果与实验数据的对比，其中权重系数 ε 均采用 1.0。从图 4-9 (a) 可以看出，准二维 DVCM 在高强度空化的情况下，对权重系数 ψ 的取值敏感性较弱。不同 ψ 值的计算结果十分接近。如图 4-9 (b) 所示，准二维 DGCM 则对权重系数 ψ 十分敏感，对于第三个空腔， $\psi=1.0$ 时准二维 DGCM 预测的空腔形成时间比实验早 0.279s (10L/a)，溃灭时间比实验早 0.365s (13L/a)，而 $\psi=0.6$ 和 $\psi=0.8$ 的模拟结果则与实验数据非常接近。


 图 4-9 不同权重系数 ψ 的模拟结果比较 ($V_0=1.40$ m/s)

4.2 粘弹性管道气液两相瞬变流模型的对比分析

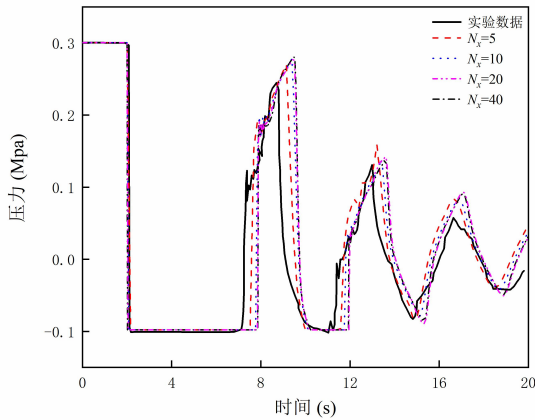
本节采用粘弹性拟稳态 DVCM 和粘弹性准二维 DVCM 模型，基于文献中的粘弹性管道系统前端关阀实验数据，对这两种模型进行参数分析，分析的内容与 4.1 节类似，包括网格敏感性分析和权重系数敏感性分析。

4.2.1 网格敏感性分析

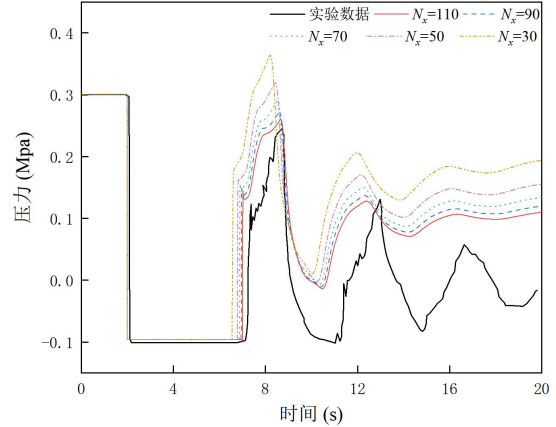
基于文献^[49]中上游阀门处的实验数据，图 4-10 为粘弹性拟稳态 DVCM 和粘弹性准二维 DVCM 模型采用不同网格数的模拟结果与实验数据的对比。如图 4-10 (a) 所示，从空腔溃灭时间和空腔溃灭引起的压升来看，粘弹性拟稳态 DVCM 模型在网格数为 5

时的模拟结果与实验数据最接近。在空腔溃灭后的前三个压力峰值与实验结果的相对误差分别为 10.5%、20.7%和 48%。对于前三个波峰，以 $N_x=5$ 计算得到的 RMSE 为基准，图 4-10 (c) 展示了网格数从 10 到 60 计算的 RMSE 与 $N_x=5$ 时的 RMSE 之比。从图中可以看出，不同网格数计算得到的压力峰值与实验值之间的误差十分接近，RMSE 与 $RMSE_5$ 之比均在 1 附近。由此可见，粘弹性管道拟稳态 DVCM 模型对网格数的敏感性较弱。

然而对于粘弹性准二维 DVCM 模型，如图 4-10 (b) 所示，随着网格数增加，模拟结果变得更接近实验数据。在图中，随着网格数从 30 开始，以 20 的步长递增至 110，模拟得到的空腔溃灭时间与实验结果的相对误差分别为 8.3%、5.1%、3.8%、2.8%和 1.9%。针对前三个周期的压力波幅值，图 4-10 (c) 显示了采用不同网格数的 RMSE 与网格数为 110 时的 RMSE 之比，自变量的步长为 10。选择网格数 110 作为基准是因为空腔体积不能超过划分管段的体积，所以网格数不能无限增加，最佳模拟结果在网格数为 110 时获得。通过柱状图可以直观地看出，网格数越小，差异越显著，RMSE 最多增加了一倍。因此，粘弹性准二维 DVCM 模型与粘弹性拟稳态 DVCM 模型的一个差异就是对网格数的敏感性不同。粘弹性拟稳态 DVCM 更加准确、稳定，综合性能最好。



(a) 粘弹性拟稳态 DVCM



(b) 粘弹性准二维 DVCM

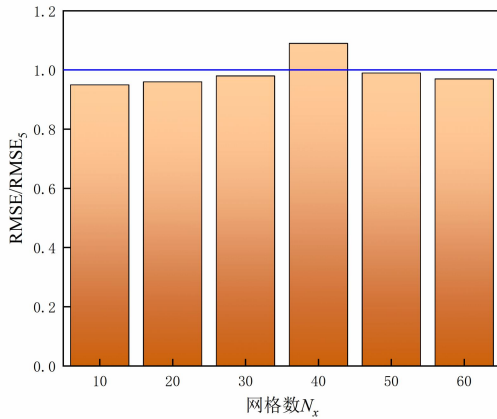
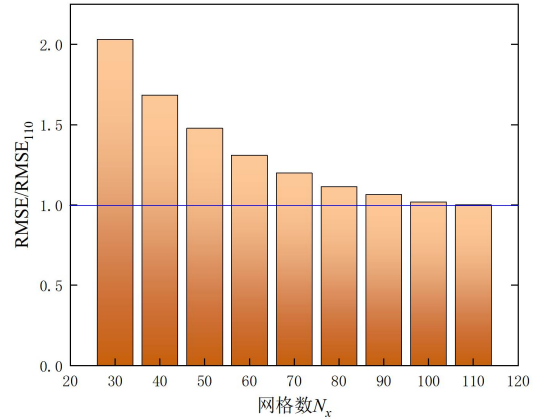
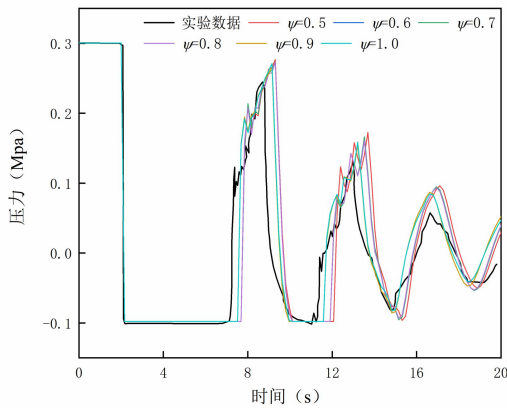
(c) 粘弹性拟稳态 DVCM 的 $RMSE/RMSE_5$ (d) 粘弹性准二维 DVCM 的 $RMSE/RMSE_{110}$

图 4-10 不同网格数的模拟结果比较

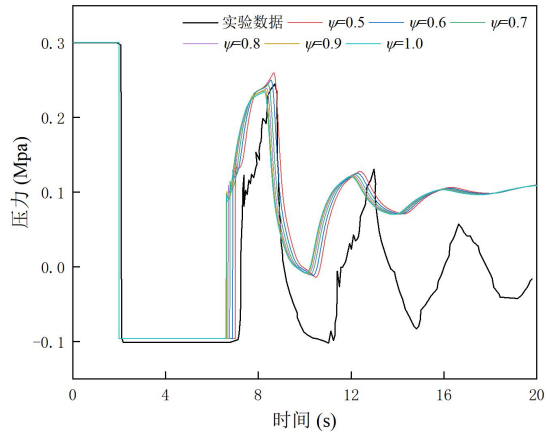
4.2.2 权重系数敏感性分析

基于文献^[46]中上游阀门处的实验数据, 图 4-11 为粘弹性 DVCM 模型采用不同权重系数 ψ 的模拟结果与实验数据的对比。如图 4-11 (a) 所示, 以 0.1 为步长, 对比了 ψ 的取值从 0.5 到 1 时的模拟结果。从图 4-11(a)可以看出, 粘弹性拟稳态 DVCM 在 $\psi=0.9$ 和 $\psi=1.0$ 时获得的模拟结果比其他情况更接近实验数据。但是其结果高估了空腔的持续时间, 且计算出的由空腔溃灭导致的压升略高于实验值。从整体来看, 粘弹性拟稳态 DVCM 模拟结果准确性对权重系数 ψ 的取值敏感性较弱。对于粘弹性准二维 DVCM 模型, 如图 4-11 (b) 所示, 以 0.1 为步长, 对比了 ψ 的取值从 0.5 到 1 时的模拟结果。权重系数 ψ 是与空腔体积计算有关的系数, 因此 ψ 的取值对空腔持续时间有影响。随着 ψ 值增长, 计算的空腔持续时间变短。当 ψ 值为 0.5 时, 所得到的模拟结果在空腔形成和溃灭时间方面与实验结果最接近, 相对误差仅为 1.9%。另一方面随着 ψ 值增长, 计算得到的空腔溃灭引起的压力波峰变小, $\psi=0.7$ 时的压力波峰最接近实验数据, 与实验结果的相对误差为 0.5%。

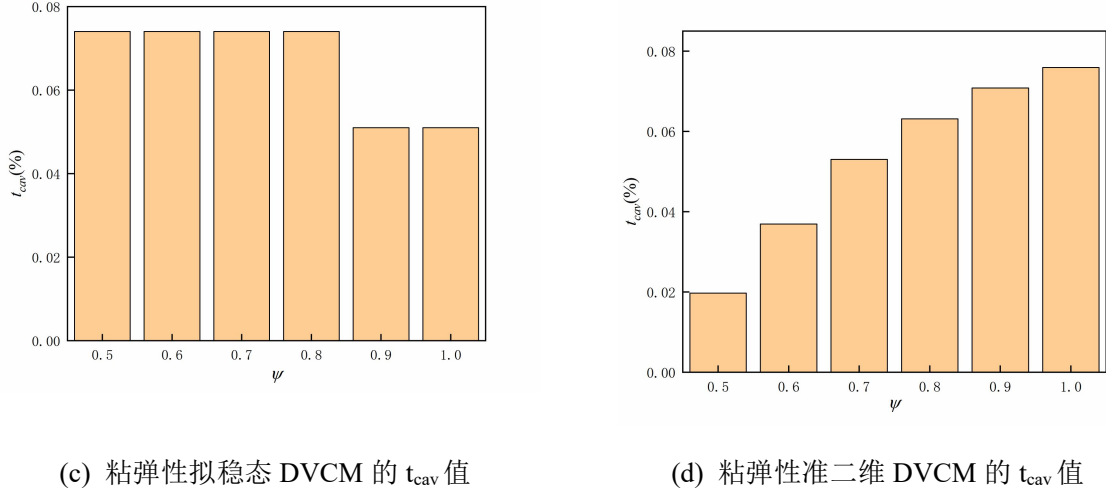
图 4-11 (c) 和 (d) 展示了粘弹性拟稳态 DVCM 和粘弹性准二维 DVCM 采用不同 ψ 值计算结果的 t_{cav} 值, 其中 t_{cav} 值的含义与 4.1.1 节类似, 是表征计算结果中空腔溃灭时间准确性的指标。与对应的波形图结合来看, 可以发现粘弹性拟稳态 DVCM 的计算结果对 ψ 值的敏感性较弱, 而粘弹性准二维 DVCM 的计算结果对 ψ 值较敏感, 特别是空腔的溃灭时间, 不同 ψ 值获得的结果间差异可达四倍。



(a) 粘弹性拟稳态 DVCM



(b) 粘弹性准二维 DVCM

图 4-11 不同权重系数 ψ 的模拟结果比较

横向对比粘弹性一维拟稳态 DVCM 模型和粘弹性准二维 DVCM 模型的参数分析结果，可以发现：粘弹性一维拟稳态 DVCM 模型对于网格数和权重系数 ψ 的敏感性均较弱，该模型可以在整体上再现实验条件下的压力波动情况，且稳定性较好。但是对于一些关键数值，例如空腔溃灭后造成的压升值、空腔的溃灭时间等，无法得到准确的计算结果；粘弹性准二维 DVCM 模型对参数较为敏感，通过选择合适的参数，能够较准确地再现管段中出现空腔、空腔溃灭引起压升这一物理现象，但是对于空腔消失后水锤波自由振荡，该模型出现了明显误差。

在 4.1 节和 4.2 节中，分别对弹性准二维 DVCM 模型、弹性准二维 DGCM 模型和粘弹性拟稳态 DVCM、粘弹性准二维 DVCM 进行了参数敏感性分析。分析的结果表明，对于常用的离散多腔模型，考虑了管壁粘弹性之后，其对网格数和权重系数的敏感性降低，模型结果的准确性不随关键参数的取值而发生明显变化。而准二维摩阻模型的引入，则使得此类多腔模型的参数敏感性提高。

4.3 本章小结

准二维 DVCM 模型和准二维 DGCM 模型、粘弹性拟稳态 DVCM 模型以及粘弹性准二维 DVCM 模型已经被证实在弹性管道气液两相瞬变流和粘弹性管道气液两相瞬变流的模拟中具有较好的准确性。但模型的准确性与模型中关键参数的选择密不可分，因此本章对这些模型进行参数敏感性分析，分析的因素包括网格数和权重系数，从定量和定性两方面评价了模型对各参数的敏感程度。结果表明：

(1) 对于准二维模型，径向网格数越多模拟结果越准确。而对于轴向网格数，分析的结果显示 $N_x=16$ 适用于文中所选择的几种案例，这与经典拟稳态 DVCM 和 DGCM 中使用的网格数相同，说明轴向网格数的选择不受所采用的准二维模型的影响，只与模型本身的假设有关。弹性管道准二维 DVCM 模型对网格数的选择更敏感，而弹性管道准二维 DGCM 模型对权重系数更敏感。

(2) 本章中所述两个粘弹性管道气液两相瞬变流模型的参数敏感性不同：粘弹性

一维拟稳态 DVCM 模型的模拟准确性对模型参数的敏感性较弱，选择不同参数得到的模拟结果均能与实验数据整体上吻合较好；粘弹性准二维 DVCM 模型的计算结果则对参数值十分敏感，特别是网格数，采用不同网格数得到的模拟结果与实验值的差异相差一倍。

结论

粘弹性管道气液两相瞬变流数值计算的准确性受多因素影响，其中包括粘弹性管道本构模型、管壁摩阻模型以及气液两相瞬变流模型的选择及相应模型的参数。本文首先基于 Kelvin-Voigt 模型、准二维模型和离散蒸汽腔模型，建立了准二维粘弹性管道气液两相瞬变流模型；然后，基于文献中的实验数据对所建立模型的准确性进行验证，并采用一维摩阻模型的粘弹性离散蒸汽腔模型，对比分析了不同管壁摩阻模型对计算结果准确性的影响规律；最后，对所建立的粘弹性管道气液两相模型进行参数敏感性分析。针对无量纲参数 P 值接近 1 的粘弹性管道系统，得出主要结论如下：

(1) 对于粘弹性管道中发生的气液两相瞬变流现象，管道粘弹性效应对压力波衰减的影响比摩阻更大，因为摩阻模型无法重现粘弹性效应对压力波幅值的抑制作用和对波动周期的扩大作用。对于 DVCM 模型，同时考虑管壁粘弹性效应和非稳态摩阻不能显著提高模拟准确性。

(2) 对于弹性管道气液两相瞬变流，离散多腔模型结合准二维模型在模拟气液两相瞬变流方面均具有优越性，相较于一维拟稳态摩阻模型，准二维模型与实验数据压力峰值的相对误差由 19%~23% 降至 2%~9.8%。摩阻模型对模拟准确性的影响程度随着空化严重程度的增加而增加，空化较严重时，准二维模型的引入除了消除虚拟波峰，还可以对空腔形成和溃灭时间的预测进行修正。对于不同流动条件下的瞬变流，准二维模型中的权重系数取值为 1 均能获得令人满意的结果。对于粘弹性管道气液两相模型，采用粘弹性一维拟稳态 DVCM 即可得到较准确的结果，计算得到的压力波峰值的相对误差仅为 7.2%。

(3) 弹性准二维 DVCM 模型和粘弹性准二维 DVCM 模型对于网格数和离散多腔模型中的权重系数都比较敏感，不同参数计算得到的压力幅值与空腔形成时间，与实验的相对误差值相差可达 2 倍和 4 倍。为了得到较准确的模拟结果，需要谨慎选择网格数和权重系数的取值。对于弹性准二维 DVCM 模型，网格数的选择不受所采用的准二维摩擦模型的影响，只与模型本身的假设有关。相对于准二维 DVCM 模型，粘弹性一维拟稳态 DVCM 模型的准确性对网格数和权重系数的敏感性较弱，更加稳定。

展望：

(1) 实验研究：本文中采用的实验数据十分有限，瞬态仿真需要更广泛的验证，例如本文的粘弹性管道瞬变流数据来源于高密度聚乙烯(HDPE)管道系统，在之后的研究中可以考虑不同的高分子聚合物管材、不同的瞬变条件和不同的管道斜率等条件下获得的实验数据。

(2) 数值模型：尽管本文已经对现有的瞬态空化模型进行改进，但在模拟结果中还存在一些问题，如在某些初始条件下存在数值振荡。因此，可以进一步研究更先进的摩擦模型，或者提出新的改进离散多腔模型，如改变空腔体积计算方法等。

(3) 分析方法: 频域分析是区别于时域分析的另一种有效方法, 在之后的研究中可以在频域上探究参数对模拟结果的影响, 进一步提高对气液两相瞬变流这种物理现象和对现有模型的理解。

参考文献

- [1] H F Duan, B Pan, M L Wang, et al. State-of-the-art review on the transient flow modeling and utilization for urban water supply system (UWSS) management[J].Journal of Water Supply: Research and Technology-aqua, 2020,69(8):858-893
- [2] 金锥, 姜乃昌, 汪兴华, 等. 停泵水锤及其防护(第二版)[M]. 北京: 中国建筑工程工业出版社, 2004: 45-55
- [3] A Bergant, A R Simpson, A S Tijsseling. Water hammer with column separation: A historical review[J]. Fluids Struct 2006,22(2):135-71.
- [4] 高昂,魏若奇.压力管道用塑料管与不锈钢管等应用比较研究[J].建设科技,2019(23):30-39.DOI:10.16116/j.cnki.jskj.2019.23.006.
- [5] 黄海亮, 陈旭东, 宋科明等.智慧管网对现代化城镇建设的重要性以及塑料管道的机遇[J].广东建材,2020,36(10):73-75.
- [6] 周光泉, 刘孝敏.粘弹性理论[M].合肥: 中国科学技术大学出版社, 1996: 3-6.
- [7] M S Ghidaoui, M Zhao, D A McInnis, et al. A Review of Water Hammer Theory and Practice[J]. Applied Mechanics Reviews,2005,58(1):49-76.
- [8] E B Wylie, V L Streeter. Fluid transients in systems[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1993.
- [9] L S Suo, E B Wylie. Complex Wavespeed and Hydraulic Transients in Viscoelastic Pipes[J]. Transactions of the ASME,1990,112:496-500
- [10] D Covas, I Stoianov, J F Mano, et al. The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients. Part II—model development, calibration and verification[J]. Journal of Hydraulic Research,2005,43(1):56-70
- [11] D Covas, I Stoianov, H Ramos, et al. The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients. Part I—experimental analysis and creep characterization[J]. Journal of Hydraulic Research,2004,42(5):517-532
- [12] M Ferrante, C Capponi. Viscoelastic models for the simulation of transients in polymeric pipes[J]. Journal of Hydraulic Research, 2017, 55:5, 599-612, DOI: 10.1080/00221686.2017.1354935
- [13] E M Wahba. On the two-dimensional characteristics of laminar fluid transients in viscoelastic pipes[J]. Journal of Fluids and Structures,2017,68:113-124
- [14] B Essaidi, A Triki. On the transient flow behavior in pressurized plastic pipe-based water supply systems[J]. AQUA – Water Infrastructure, Ecosystems and Society,2021, 70 (1): 67-76.
- [15] B Pan, H F Duan, S Meniconi, et al. Multistage frequency-domain transient-based method for the analysis of viscoelastic parameters of plastic pipes[J]. Journal of Hydraulic

- Engineering, 2020, 146(3): 04019068. Engineering, 2020, 146(3): 04019068.
- [16] B Pan, H F Duan, S Meniconi, et al. FRF-based transient wave analysis for the viscoelastic parameters identification and leak detection in water-filled plastic pipes[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 146: 107056
- [17] 王维新, 康英懋. 粘弹性管路液流动态特性分析[J]. 阜新矿业学院学报(自然科学版), 1992(02): 75-81.
- [18] 张挺, 吕勇臻, 杨志强等. 水锤激励下黏弹性输流直管轴向振动响应特性[J]. 振动工程学报, 2017, 30(02): 241-248
- [19] 朱炎, 吴晨光, 袁一星, 石振锋. 黏弹性输水管道中含气瞬变流压力衰减分析[J]. 水利学报, 2018, 49(03): 303-312. DOI: 10.13243/j.cnki.slxb.20170701.
- [20] A R Simpson, A Bergant. Numerical comparison of pipe-column-separation models[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1994, 120(3): 361-377.
- [21] A Bergant, A R Simpson. Pipeline Column Separation Flow Regimes[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1999, 125(8): 835-848.
- [22] A Bergant, A S Tijsseling, J P Vítkovský, et al. Parameters affecting water-hammer wave attenuation, shape and timing—Part 2: Case studies[J]. Journal of Hydraulic Research, 2008, 46(3): 382-391.
- [23] A Adamkowski, M Lewandowski. A New Method for Numerical Prediction of Liquid Column Separation Accompanying Hydraulic Transients in Pipelines[J]. Journal of Fluids Engineering, 2009, 131(7): 1-11.
- [24] K A Soares, N M C Martins, D Covas. Transient vaporous cavitation in a horizontal copper pipe[J]. Journal of Hydraulic Research, 2017, 55: 5, 731-736.
- [25] V C Santoro, A Crimi, G Pezzinga. Developments and limits of discrete vapor cavity models of transient cavitating pipe flow: 1D and 2D flow numerical analysis[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2018, 144(8): 04018047.
- [26] D Himr. Investigation and numerical simulation of a water hammer with column separation[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2015, 141(3): 04014080.
- [27] M Lema, F L Peña, J M Buchlin, et al. Analysis of fluid hammer occurrence with phase change and column separation due to fast valve opening by means of flow visualization[J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2016, 79: 143-153.
- [28] H Wang, L Zhou, D Y Liu, et al. CFD Approach for Column Separation in Water Pipelines[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2016, 142(10):
- [29] Q Sun, Y B Wu, Y Xu, et al. Coupling Quasi-Two-Dimensional Friction Model and Discrete Vapor Cavity Model for Simulation of Transient Cavitating Flows in Pipeline Systems[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2020: 8089308
- [30] H Gao, X L Tang, X Q Li, et al. Analyses of 2D transient models for vaporous cavitating

- flows in reservoir-pipeline-valve systems[J]. *Journal of Hydroinformatics*, 2018, 20(4): 934-945
- [31] 郑源, 刘德有, 张健, 索丽生. 有压输水管道系统气液两相瞬变流研究综述[J]. *河海大学学报(自然科学版)*, 2002(06): 21-25.
- [32] 朱炎, 吴晨光, 袁一星, 石振锋. 黏弹性管道中气液两相瞬变流实验及模型[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2018, 50(02): 89-93+172.
- [33] A E Vardy, K L Hwang. A Characteristic Model of Transient Friction in Pipes[J]. *Journal of Hydraulic Research*, 1991, 29(5): 669 - 685.
- [34] M Ohmi, S Kyomen, T Usui. Numerical Analysis of Transient Turbulent Flow in a Liquid Line[J]. *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 1985, 28(239): 799 - 806.
- [35] H Kim, S Kim. Two dimensional cavitation waterhammer model for a reservoir-pipeline-valve system[J]. *Journal of Hydraulic Research*, 2019, 57(3): 327-336
- [36] H F Duan, M Ghidaoui, Pedro J. Lee & Yeou-Koung Tung. Unsteady friction and viscoelasticity in pipe fluid transients[J]. *Journal of Hydraulic Research*, 2010, 48(3): 354-362.
- [37] N M C Martin, E M Wahba. On the Hierarchy of Models for Pipe Transients: From Quasi-Two-Dimensional Water Hammer Models to Full Three-Dimensional Computational Fluid Dynamics Models[J]. *ASME. J. Pressure Vessel Technol.* 2022, 144(2): 021402.
- [38] 才建, 宫敬, 宋生奎. 瞬变流动中液体管道摩阻损失计算方法综述[J]. *水利水电科技进展*, 2007, 27(2): 90-94.
- [39] Tae Uk Jang, 伍悦滨, 徐莹, 孙强. A scheme for improving computational efficiency of quasi-two-dimensional model[J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2017, 29(02): 243-250.
- [40] K Weinerowska-Bords. Viscoelastic Model of Waterhammer in Single Pipeline—Problems and Questions[J]. *Archives of Hydroengineering & Environmental Mechanics*, 2006, 53(4): 331-351.
- [41] L Zhou, Y J Li, Y Zhao, C Q Ou, et al. An accurate and efficient scheme involving unsteady friction for transient pipe flow[J]. *Journal of Hydroinformatics*. 2021, 23(4): 879-896.
- [42] 王福军, 王玲. 大型管道输水系统充水过程瞬变流研究进展[J]. *水力发电学报*, 2017, 36(11): 1-12.
- [43] 李赞杰, 周领, 欧传奇, 刘德有. 考虑动态摩阻的管道泄漏水力瞬变数值模拟[J]. *水利水电科技进展*, 2021, 41(01): 62-68.
- [44] 孙强. 压力管道中瞬变流准二维模型数值计算及应用研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2017.
- [45] J D Anderson. *Computational fluid dynamics: the basics with applications*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 534-538
- [46] B Brunone, U M Golia, M Greco. Effects of Two-Dimensionality on Pipe Transients Modeling[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1995, 121(12): 906-912.

- [47]E B Wylie, V L Streeter. Fluid transients in systems[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1993:44-58
- [48]G Pezzinga, V C Santoro. Unitary framework for hydraulic mathematical models of transient cavitation in pipes: numerical analysis of 1D and 2D flow[J]. Journal of Hydraulic Engineering. 2017,143 (10):04017053.
- [49]A K Soares, D Covas, H M Ramos, et al. Unsteady Flow with Cavitation in Viscoelastic Pipes[J]. Ijfds, 2009, 2(4):269-277.
- [50]M S Ghidaoui, S G S Mansour, M Zhao. Applicability of quasisteady and axisymmetric turbulence models in water hammer[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002, 128(10): 917-924..

攻读学位期间发表的学术论文

- [1] Sun Qiang, Hao Yingqi, Cheng Peifeng. Parametric analysis of discrete multiple-cavity models with the quasi-two-dimensional friction model for transient cavitating pipe flows[J]. AQUA — Water Infrastructure, Ecosystems and Society, 2022, 71(2).

致谢

此时此刻，能够书写至此便是我最大的幸运。三年的研究生生涯，近两年半的时间被疫情定格，时代的凡尘化作了头顶的乌云，但无奈的是人生还在继续。我将带着我今日的所有勇气与感悟继续下一程。在东林的七年很短，如白驹过隙，转瞬即逝。可那种心情很长，如高山大川，绵延不绝。心有千言万语，写在纸上只剩感激！

衷心感谢恩师孙强老师，不吝指教，授我以学。从最基本的如何查找文献、推荐书籍，到论文的选题、研究工作的推进以及逐字逐句地帮我修改论文，事无巨细。老师对学术工作的严谨求实，对生活的积极豁达，都使我受益匪浅。从孙老师的师门走出，我会学着去做一个永远在学习、永远保持谦逊、永远保持真诚的人。感谢师弟张智霖在我论文写作期间对我的帮助和支持，感谢师弟王祉皓、师妹王复香为我们课题组营造的和谐氛围，感谢你们对我的关心。鹏北海，凤朝阳，祝愿你们明年此日青云去！

感谢我的母校东北林业大学这七年来为我提供的所有便利；感谢预答辩期间贾杰老师、张亮泉老师、王松庆老师、黄桂林老师和张雪丹老师对我的批评指正、给出的宝贵建议，使我的论文更加完善；感谢我的室友韩玥等与我朝夕相伴，我会永远记得你们对我的照顾与鼓励。在母校建校七十周年之际，我真诚地祝愿所有于东林相识、因东林结缘的同学、朋友，攀巉岩、踏横丘，勇登顶峰！祝愿所有老师桃李满天下、占尽无限风光！

感谢我的挚友陈瑞、郭逸群等、我的伴侣江宇对我的远程陪伴和耐心帮助，与我分享美好、替我分担忧虑。我会在漫长的未来里反复回想、反复假设如果没有诸位的陪伴我会是怎样的孤独。

感谢我的父母、妹妹和其他家人，我曾以为我可以泰然自若地与自己的时代狭路相逢，但我在途中多次丧失勇气，是你们的存在让我有力量坚持。我将尽我的一切努力，为你们带来幸福。

最后，再次感谢上文提到的所有人，不管未来我们的关系会如何发展，不管此刻你们能否收到我的感谢，我都想把这份情谊记录下来、留在这个世界上，直到互联网不复存在。

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得东北林业大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名：

郝瑛琪

签字日期：2022 年 5 月 27 日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解东北林业大学有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权东北林业大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密的学位论文在解密后适用本授权书）

学位论文作者签名：

郝瑛琪

导师签名：

孙强

签字日期：2022 年 5 月 27 日

签字日期：2022 年 5 月 27 日

学位论文作者毕业后去向：

工作单位：

电话：

通讯地址：

邮编：